

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky  
a komunikačních technologií

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Brno, 2021

Vasilii Fedorov



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

## ÚSTAV BIOMEDICÍNSKÉHO INŽENÝRSTVÍ

DEPARTMENT OF BIOMEDICAL ENGINEERING

### FILTRACE SVALOVÉHO RUŠENÍ V EKG SIGNÁLECH

MUSCLE NOISE FILTERING IN ECG SIGNALS

### BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

#### AUTOR PRÁCE

Vasilii Fedorov

AUTHOR

#### VEDOUCÍ PRÁCE

Ing. Lukáš Smital, Ph.D.

SUPERVISOR

BRNO 2021

# Bakalářská práce

bakalářský studijní program **Biomedicínská technika a bioinformatika**

Ústav biomedicínského inženýrství

**Student:** Vasilii Fedorov

**ID:** 206684

**Ročník:** 3

**Akademický rok:** 2020/21

**NÁZEV TÉMATU:**

## Filtrace svalového rušení v EKG signálech

### POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

1) Seznamte se s vlnkovou transformací a zaměřte se na možnosti jejího využití pro odstranění svalového rušení v EKG signálech. 2) V programovém prostředí Matlab navrhnete a realizujete vlnkový wienerovský filtr pro odstranění svalového rušení z EKG signálů. 3) Algoritmus doplňte o různé metody prahování vlnkových koeficientů a různé způsoby výpočtu prahu. Realizujte i práh adaptivní a funkci ověřte na datech z CSE databáze. 4) Vhodnou metodou optimalizujte všechny číselné parametry navrženého filtru, ostatní parametry volte na základě zkušeností jiných autorů. 5) Filtr s optimálními parametry zhodnoťte na jedné z dostupných kompletních databází a srovnajte s výsledky dalších autorů.

### DOPORUČENÁ LITERATURA:

- [1] KOZUMPLÍK, J. Vlnkové transformace a jejich využití pro filtraci signálů EKG. Habilitační práce ÚBMT FEKT VUT v Brně, 2004.
- [2] ZELINKA, I., Z. OPLATKOVÁ, M. ŠEDA, P. OŠMERA a F. VČELAŘ. Evoluční výpočetní techniky: principy a aplikace. 1. české vyd. Praha: BEN, 2009, 534 s. ISBN 978-80-7300-218-3.

**Termín zadání:** 8.2.2021

**Termín odevzdání:** 28.5.2021

**Vedoucí práce:** Ing. Lukáš Smital, Ph.D.

**doc. Ing. Jana Kolářová, Ph.D.**  
předseda rady studijního programu

### UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

## **Abstrakt**

Táto práca bola venovaná problematice odstraňování svalového rušení v EKG signálech. Skládá se z teoretické a praktické části. V teoretické části jsme zaprvé zdůraznili aktualitu snímání a filtraci EKG signálů. Pak jsme se seznámili se vznikem EKG, jeho vlastnostmi, a typy rušení, běžně se v něm vyskytujících. Dále byly prodiskutovány známé metody filtrace EMG rušení pomocí lineárních a nelineárních technik. Po seznámení s vlnkovou transformací a možnostmi jejího využití byla realizována praktická část v prostředí MATLAB 2020b®. Byl navržen wienerovský vlnkový filtr, který byl doplněn o práh adaptivní funkce. Parametry modelu byly zoptimalizovány metodou řešení hrubou silou v zredukovaném rozsahu. Vyhodnocení filtru proběhlo na CSE databázi, kde výsledky byly porovnány s autory jiných metod. Filtr v důsledku vykazuje dobré filtrační schopnosti a stabilitu.

## **Klíčová slova**

Filtrace EKG, EMG rušení, Filtrace vlnkovou transformací, Wienerovský vlnkový filtr, Vlnková paketová transformace.

## **Abstract**

This work deals with problematic of muscle noise filtration in ECG signals. It contains theoretical and practical parts. In theoretical part we first mentioned a topicality of ECG scanning and filtration. Then we got acquainted with the origin of ECG, its properties, and types of noises, that typically occurring there. Further different known methods of linear and non-linear techniques in EMG filtration were discussed. After we got acquainted with wavelet transform and its possibilities, then practical part was carried out in environment MATLAB 2020b®. Wiener wavelet filter was implemented and supplemented by a threshold adaptive function. Parameters were optimized with brute force method in reduced range. The evaluation of the filter took place on a CSE database, where the results were compared with the authors of other methods. In result the filter shows good filtration capabilities and stability.

## **Keywords**

ECG filtration, EMG noise, Wavelet transform denoising, Wiener wavelet filter, Wavelet packet transform.

## Bibliografická citace:

FEDOROV, Vasilii. Filtrace svalového rušení v EKG signálech [online]. Brno, 2021 [cit. 2021-05-21]. Dostupné z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/134371>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav biomedicínského inženýrství. Vedoucí práce Lukáš Smital.

## Prohlášení

*Prohlašuji, že svou závěrečnou práci jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího závěrečné práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.*

*Jako autor uvedené závěrečné práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této závěrečné práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.*

V Brně dne: 28.05.2021

.....  
podpis autora

## Poděkování

Děkuji vedoucímu bakalářské práce Ing. Lukáši Smitalovi, Ph.D za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé diplomové práce.

V Brně dne: 28.05.2021

.....  
podpis autora

# Obsah

|  |    |
|--|----|
| 1. Úvod.....   | 5  |
| 2. EKG .....   | 6  |
| 2.1 Srdeční aktivita a vedení vzruchu .....              | 7  |
| 2.2 Rozdělení EKG křivky .....                           | 7  |
| 2.3 Typy rušení .....                                    | 8  |
| 2.3.1 Brum.....  | 9  |
| 2.3.2 Drift .....  | 9  |
| 2.3.3 EMG .....  | 9  |
| 3. Metody filtrace EKG .....                             | 10 |
| 3.1 Lineární filtry .....                                | 10 |
| 3.1.1 FIR.....   | 10 |
| 3.1.2 IIR.....   | 11 |
| 3.1.3 Adaptivní filtr .....                              | 11 |
| 3.2 Nelineární filtry .....                              | 12 |
| 3.2.1 Mediánové filtry .....                             | 12 |
| 3.2.2 Empirická modální dekompozice (EMD) .....          | 13 |
| 4. Vlnková transformace.....                             | 14 |
| 4.1 Spojitá vlnková transformace (CWT) .....             | 14 |
| 4.2 Diskrétní vlnková transformace (DWT) .....           | 15 |
| 4.3 Vlnková transformace s diskrétním časem (DTWT) ..... | 16 |
| 4.4 Stacionární vlnková transformace (SWT).....          | 16 |
| 4.5 Paketová vlnková transformace (WPT) .....            | 17 |
| 4.6 Využití vlnkové filtraci pro EKG.....                | 18 |
| 4.6.1 Vlnková filtrace .....                             | 18 |
| 4.6.2 WWF .....  | 19 |
| 4.6.3 Nastavení prahu .....                              | 20 |
| 4.6.4 Metody prahování.....                              | 22 |
| 5. Realizace WWF .....                                   | 27 |
| 5.1 Hodnocení filtrace.....                              | 27 |
| 5.1.1 Umělé zkreslení .....                              | 27 |
| 5.1.2 CSE databáze.....                                  | 28 |

|                                   |    |
|-----------------------------------|----|
| 5.2 Návrh algoritmu .....         | 29 |
| 5.2.1 Prah adaptivní funkce ..... | 29 |
| 5.3 Optimalizace parametrů .....  | 30 |
| 5.3.1 Ostatní parametry .....     | 31 |
| 5.3.2 Vlnka .....                 | 34 |
| 5.4 Vyhodnocení výsledků.....     | 37 |
| 5.5 Ukázky filtrace .....         | 38 |
| 6. Závěr .....                    | 41 |

# Seznam symbolů a zkratk

## Zkratky:

|      |     |   |
|------|-----|---|
| FEKT | ... | Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií   |
| VUT  | ... | Vysoké učení technické v Brně   |
| EKG  | ... | Elektrokardiogram   |
| EMG  | ... | Elektromyografie  |
| WPT  | ... | Vlnková paketová transformace (en. Wavelet Packet Transform)                                      |
| SNR  | ... | Poměr signál-šum (en. Signal-to-Noise Ratio)  |
| SA   | ... | Sinoatriální  |
| AV   | ... | Atrioventrikulární  |
| FT   | ... | Fourierova transformace (en. Fourier transform)   |
| STFT | ... | Krátkodobá Fourierova transformace (en. Short-time Fourier transform)                             |
| DTWT | ... | Vlnková transformace s diskretním časem (en. Discrete-Time Wavelet Transform)                     |
| IMF  | ... | Vnitřní modální funkce (en. Intrinsic mode functions)   |
| MSE  | ... | Střední kvadratická chyba (en. Mean Square Estimate)  |
| SURE | ... | en. Stein's Unbiased Risk Estimate  |
| CWT  | ... | Spojité vlnková transformace (en. Continuous wavelet transform)                                   |
| WF   | ... | Vlnková filtrace (en. Wavelet filtering)  |
| WWF  | ... | Wienerovský vlnkový filtr   |
| AWWF | ... | Adaptivní wienerovský vlnkový filtr   |
| DWT  | ... | Diskretní vlnková transformace (en. Discrete wavelet transform)                                   |
| SWT  | ... | Stacionární vlnková transformace (en. Stationary wavelet transform)                               |
| FDR  | ... | Falešná míra výskytů (en. False discovery rate)   |
| CSE  | ... | Standardní database pro elektrografii (en. Common Standards for Quantitative Electrocardiography) |

## Symboly:

|     |     |                    |
|-----|-----|--------------------|
| $a$ | ... | dilatační parametr |
|-----|-----|--------------------|



|                  |     |                          |
|------------------|-----|--------------------------|
| $b$              | ... | parametr časového posunu |
| $\psi(t)$        | ... | mateřská vlnka           |
| $t$              | ... | čas                      |
| $*$              | ... | komplexní sdružení       |
| $y$              | ... | výsledný signál          |
| $j, k$           | ... | celá čísla               |
| $\sigma^2$       | ... | rozptyl                  |
| $\sigma$         | ... | směrodatná odchylka      |
| $\lambda_m$      | ... | práh                     |
| $K$              | ... | empirická konstanta      |
| $y_m$            | ... | vlnkové koeficienty      |
| $W(j, k)$        | ... | detailní koeficienty     |
| $V(j, k)$        | ... | aproximační koeficienty  |
| $\hat{x}$        | ... | odhad signálu            |
| $\hat{W}_{j,k}$  | ... | prahované koeficienty    |
| $E_{\text{mis}}$ | ... | mismatch chyba           |

# Seznam obrázků

|  |    |
|--|----|
| Obr. 2.1: Příklad EKG záznamu s normálním sinusovým rytmem. [2].....   | 6  |
| Obr. 2.2: Převodní srdeční systém. [2] .....   | 7  |
| Obr. 2.3: Příklad jednotlivých vln a intervalů v EKG křivce. [1].....  | 8  |
| Obr. 3.4: Schéma diskrétního FIR filtru. ....  | 11 |
| Obr. 3.5: Schéma IIR filtru. [10] .....  | 11 |
| Obr. 3.6: Základní adaptační schéma. [11] .....  | 12 |
| Obr. 4.7: Příklad umístění vlnkových koeficientů na dyadické mřížce [5]. ....  | 15 |
| Obr. 4.8: Třístupňová DTWT s podvzorkovacím faktorem = 2 [14]. ....  | 16 |
| Obr. 4.9: Rozklad signálu pomocí SWT. ....   | 17 |
| Obr. 4.10: Rozkladový strom WPT s podvzorkovacím faktorem = 2, a stupněm<br>dekompozici = 3 [7]. ....  | 17 |
| Obr. 4.11: Blokové schéma prosté vlnkové filtrace pro EKG. ....  | 18 |
| Obr. 4.12: Blokové schéma WWF filtru. ....   | 19 |
| Obr. 4.13: Tvrdé prahování. ....   | 22 |
| Obr. 4.14: Měkké prahování. ....   | 23 |
| Obr. 4.15: Garrotní prahování. ....  | 24 |
| Obr. 4.16: Hyperbolické prahování. ....  | 25 |
| Obr. 4.17: Poloměkké prahování, s prvním prahem $\lambda m$ , a druhým $\lambda m' = \lambda m \times 2$ . 26  |    |
| Obr. 5.18: Příklad vytvoření umělého EMG a zkreslení referenčního signálu. ....  | 28 |
| Obr. 5.19: Vliv adaptivního a neadaptivního prahu na výslednou filtraci. SNR <sub>vst</sub> =<br>14.35 dB; Koeficienty jsou z předposledního frekvenčního pásma, délka okna<br>výpočtu práhu je 335 vzorků. .... | 29 |
| Obr. 5.20: Příklad filtrace a působení párů vlnek <i>db4</i> a <i>coif2</i> . ....   | 35 |
| Obr. 5.21: Zlepšení SNR signálů z CSE databázi. ....   | 38 |
| Obr. 5.22: Nahoře – zkreslený signál; Uprostřed – referenční a signál filtrovaný se<br>stupněm rozkladu 3. Dole – referenční a signál filtrovaný se stupněm rozkladu 4. .  | 39 |
| Obr. 5.23: Působení nerovnoměrné rozloženého šumu na rekonstrukci. ....  | 40 |
| Obr. 5.24: Srovnání referenčního a rekonstruovaného signálu při malém zlepšení<br>filtru. ....   | 40 |

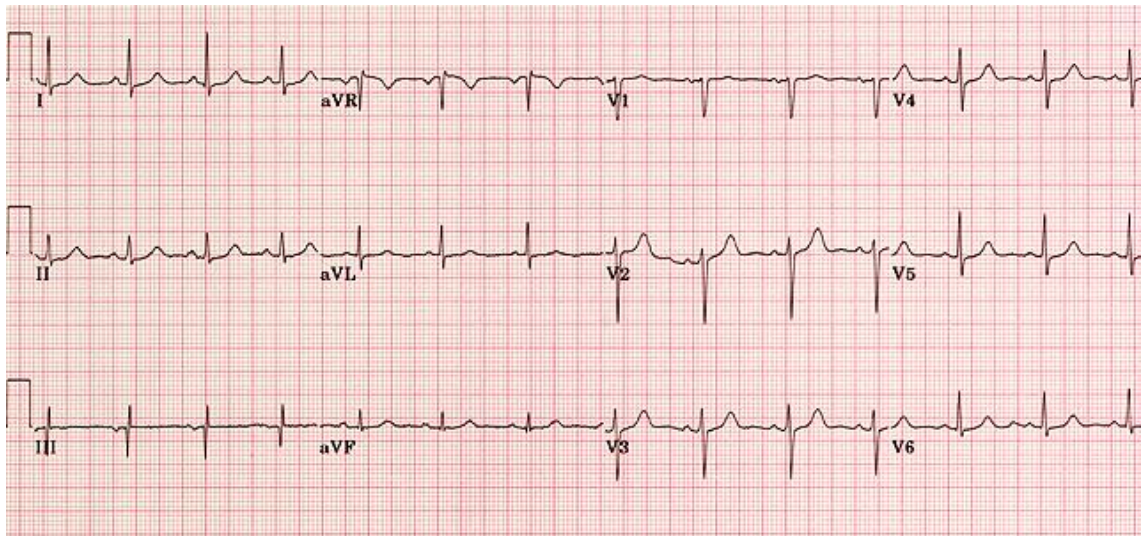
# 1. ÚVOD

Srdeční choroby patří mezi hlavní příčiny úmrtí lidí na celém světě. To je způsobeno tím, že kardiovaskulární choroby se někdy předávají geneticky, a symptomy se mohou objevit až příliš pozdě. I když člověk dodržuje zdravý styl života, mohou se mu náhle objevit závažná onemocnění. Pro lékaře se stává nemožným zhodnotit zdravotní stav pacienta bez diagnostických metod. Dnes se pro diagnostiku srdce používají metody jako: elektrokardiografie (EKG), magnetická rezonance (MRI), echokardiografie (ECHO). Avšak EKG je první volbou při podezření na srdeční choroby, pomoci ní se lékař může rozhodnout, zdali použít další vyšetřovací metody. EKG dává úplnou informaci o elektrické aktivitě srdeční, signál vzniká pomocí snímacích elektrod, které sledují činnost srdečního systému. Analýzou vzniklých signálů se dají diagnostikovat srdeční choroby potenciálně ohrožující životní stav. Při snímání se setkáváme s problémy jako jsou zkreslení signálů šumem a jinými elektrickými jevy v těle člověka. Tak běžně rozlišujeme drift, brum a svalové rušení. Zkreslení probíhá v různých frekvenčních složkách s odlišnou intenzitou. V důsledku těchto jevů může dojít k znemožnění správného odečítání signálů lékařem nebo přístrojem, což vede k tomu, že srdeční choroba bude přehlédnuta. Kvůli tomu dnes jsou zavedeny různé filtrační techniky na základě lineárních a nelineárních metod, které dokáží utlumit rušivé signály, a tím umožní správné odečítání signálu a analýzu. V ideálním případě by se měl úplně zachovat užitečný signál a rušivý vyrušit. Jedno z rušení je EMG, to představuje elektrickou aktivitu svalu, je součástí nervového systému člověka, jeho spektrální složky se překrývají se srdečními signály, a proto se stává jeho filtrace problematickou.

V této práci se na začátku seznámíme s vznikem signálu, co představuje EKG a jaký šum se v něm vyskytuje. Jak se ho dá vyfiltrovat a jak efektivní na tom dnešní známé lineární a nelineární metody jsou. Mezi tyto metody patří filtrace pomocí vlnkové transformace. Její aplikací jsou rozsáhle a existuje řada metod rozkladu signálů a algoritmů ve kterých se vyskytuje. S nimi se seznámíme a také si vybereme nejvhodnější algoritmus pro náš účel odstraňování EMG šumu z EKG. Optimalizace parametrů bude realizována s ohledem na zkušenosti jiných autorů. Testování proběhne pomocí výsledných SNR na zkreslených a referenčních signálech z CSE databáze, na konci bude testován na kompletní databázi. Cílem je získat co nejlepší filtr, který nám bude tlumit co nejvíce šumu, ale zachová právě náš původní signál beze změny.

## 2. EKG

Elektrokardiografické vyšetření je snímání elektrické aktivity srdeční. Na tělo a končetiny pacienta se nalepí elektrody tak, aby prostorově zachytily frontální a transverzální roviny elektrické činnosti srdce, a všechny vznikající potenciály se podílely na konečném výsledku. Tekuté vnitřní prostředí člověka umožňuje snímat elektrickou aktivitu z povrchu, budou zde i přítomné vzruchy s jiných vrstev (kap. 2.3) ve formě rušení. Výsledkem takového vyšetření je digitální EKG záznam (Obr. 2.1), který vzniká snímáním elektrod sumačního vektoru elektrických potenciálů v srdci v jednotlivý okamžik.

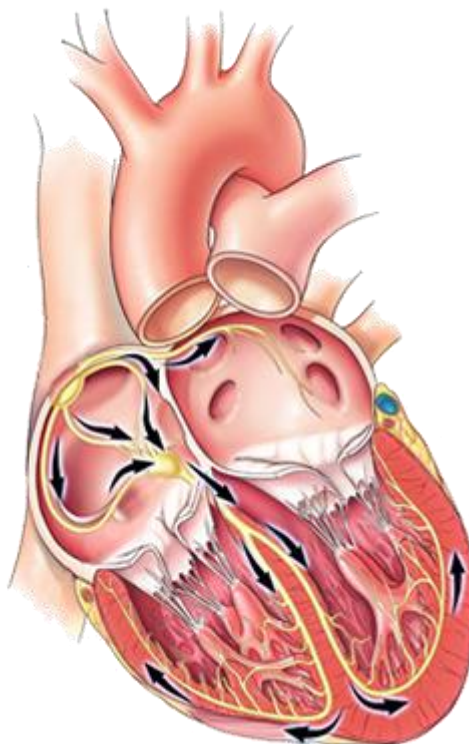


Obr. 2.1: Příklad EKG záznamu s normálním sinusovým rytmem. [2]

Na x-ové ose je čas v ms, na y-psilonové ose je napětí mV. Někdy se dá snímat ze dvou elektrod, jako například při měření pomocí mobilní aplikace. Je zde však riziko, že toto měření nebude přesně odpovídat skutečnosti. Standardně se používá 12 svodový snímací systém. Lze při pečlivějších vyšetřovacích metodách využít i většího počtu svodů, jako při Holterovském monitorování (24 až 48 hodin).

Při odečítání EKG křivky se řídíme jak morfologickými příznaky (tvar vlnky, přítomnost kmitů, délka jednotlivých intervalů, amplituda), tak i arytmiologickými (pravidelnost rytmu, frekvence). Pomocí informací o zjištěných odchylkách od normálních hodnot, se dá určit velké množství různých onemocnění: poškození myokardu, poruchy převodního systému, zvětšení pravé předsíně, hypertrofie levé komory, mimo srdeční nemoci (např. plicní embolie).

## 2.1 Srdeční aktivita a vedení vzruchu



Obr. 2.2: Převodní srdeční systém. [2]

Znázorněním srdeční aktivity slouží obrázek Obr 2.2, z něj lze vidět, jak vzruch vzniká a šíří se v srdci. V horní levé části obrázku v sinoatriálním (SA) uzlu vznikne vzruch, ten se šíří na levou a pravou síň, způsobí jejich depolarizaci. Začne se stahovat a vypuzovat krev do komor. Ze síní pak vzruch projde atrioventrikulárním uzlem (AV), ve kterém se vzruch zpomalí a umožní síním přechod ukončení depolarizace, komory se poté naplní krví. Z AV uzlu se vzruch šíří na Hisův svazek, který je překážkou mezi myokardem síní a myokardem komor. Až se komory naplní, vzruch se dostane do levého a pravého Tawarova raménka, způsobí kontrakci komor, krev z nich bude dále vypuzená do plic. Poté se srdeční svalovina uvolní a přestane kontrahovat, síně se zase naplní a proces se zopakuje.

## 2.2 Rozdělení EKG křivky

EKG signál nosí neperiodický charakter. Běžně ho dělíme na části nebo intervaly (Obr. 2.3) které odpovídají jednotlivým fázím depolarizačních a repolarizačních procesů v myokardu, což umožňuje určit v jakém okamžiku aktivity nastává problém.[1]

**Vlna P** představuje depolarizaci pravé a levé síně. Trvá obvykle 0,08–0,1 s, má hladký tvar, bez výrazných kmitů.

**Interval PR** je čas od začátku P vlny do začátku komplexů QRS, referenční hodnoty jsou v rozmezí 0,12–0,2 s.

**Segment PR** je přímá linie od konce P vlny do začátku Q vlny. Vzniká zpomalením vedení vzruchu v AV uzlů. Segment se využívá při vyhodnocování vodivosti síní a zpoždovacích schopností AV uzlů.

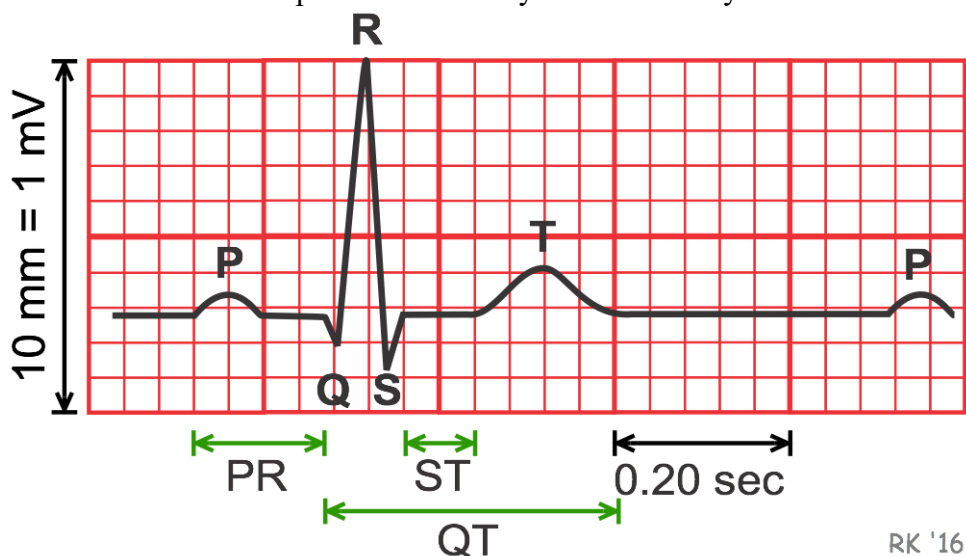
**QRS komplex** v sobě zahrnuje jak depolarizaci komor, tak i repolarizaci síní. Repolarizační složka má slabší amplitudu a je pohlcená depolarizační složkou, což znemožňuje její sledování. Komplex je odrazem kontrakční aktivity komor, při které je krev vypuzená do plic. Trvá méně než 0.12 s, má pilovitý tvar, a je významný při určení raménkových bloků a sledování tepové frekvence.

**Interval QT** označuje čas aktivity komor v průběhu stahu od začátku depolarizace až po konec repolarizace. Interval se zkrátí při rychlém srdečním rytmu a prodlouží při pomalém rytmu. Referenční hodnoty jsou  $<0.4$  s pro muže,  $<0.44$  s pro ženy.

**Interval ST** reprezentuje čas, po kterém se začnou komory po stahu uvolňovat.

**Vlna T** představuje repolarizaci komor, tedy přechod jejich elektrického stavu do původního. Trvá v rozmezí od 0.25–0.5 s, má stejnou polaritu jako QRS komplex.

**Vlna U** se někdy vykytuje za T vlnou. Předpokládá se, že vzniká kvůli zpožděné repolarizaci v komorovém septu nebo v některých částí komory.



Obr. 2.3: Příklad jednotlivých vln a intervalů v EKG křivce. [1]

## 2.3 Typy rušení

V běžné praxi při snímání a zpracování EKG signálů se setkáváme s tím, že se původní signál zkreslí a nedokážeme tak snadno rozlišit jednotlivé vlny a kmity. To je způsobeno přítomností šumu a artefaktů, proto tyto jevy musíme odstranit. Mají různý původ, vlastnosti a vliv na výsledný signál. Obvykle je dělíme na: brum, drift a myopotenciály. Jejichž původ může být jak fyziologického, tak i biologického charakteru. Rozlišujeme impulsní šum, současnou činnost vnitřních orgánů, přítomnost magnetických polí a

vlastnosti elektrod. Dále se seznámíme s jejich typickými vlastnostmi, a stručně se zmíníme o tom jaké se používají filtrační techniky. V této bakalářské práci se však budeme zabývat odstraněním svalového rušení, a proto pro nás bude nejzajímavější tato část.

### **2.3.1 Brum**

Je nejběžnější rušení, se kterým se setkáme, vyskytuje se při snímání téměř všech biosignálů. Při zpracování EKG signálů je prvním krokem eliminace tohoto šumu, což umožní vizuálně zhodnotit signál a odečíst srdeční segmenty PR, ST. Brum je způsoben připojením snímacích přístrojů k elektrovedné síti. Spektra harmonických složek od 50 Hz a výše se prolínají. Tento šum patří do úzkopásmového rušení a snadno se odstraňuje bez velkého vlivu na užitečný signál, lze ho odstranit pomocí lineární pásmové zadržky, adaptivního filtru, vlnkovou transformaci a empirickým rozkladem.

### **2.3.2 Drift**

Tento typ šumu se projevuje kolísáním nulové izolinie signálů. Považujeme ho za úzkopásmový, nabývá hodnot až do 2 Hz. Může být způsoben špatným kontaktem mezi elektrodou a kůží, pohybem pacienta nebo jeho dýcháním. Dá se odstranit nelineární filtrací založené na interpolaci uzlových bodů, lineárními Lynnovými filtry, nebo vlnkovou transformací.

### **2.3.3 EMG**

EMG (myopotenciály) – jsou artefakty, které patří mezi nejsložitější na odstraňování šumu. Existence je zapříčiněna neustále probíhajícími elektrickými signály v člověku. Tyto signály, ve formě akčních potenciálů, zajišťují: pohyb, homeostázu nervové soustavy, nesou informace o stavu svalů a orgánů. Považujeme ho za širokopásmový, nabývá hodnot od 100 Hz až 10 kHz, při zátěži zastupují složky i od 10 Hz, což znamená výrazné překrytí s užitečným signálem. V případě odstraňování těchto složek lineárními filtry dojde ke ztrátě užitečného signálu v QRS komplexů. Dá se vyfiltrovat mediánovými a adaptivními filtry, ale mají své nevýhody a omezenosti v používání. Nevýhodnějšími se ukázaly být filtry na základě vlnkové transformace. [22]

## 3. METODY FILTRACE EKG

EKG signál se považuje za nízkofrekvenční, jeho frekvenční hodnoty se pohybují v rozmezí 1 až 80 Hz. Z kap. 2 víme že šum nabývá různých frekvenčních hodnot a kvůli různým vlastnostem se pro nás stává nemožné použít jeden univerzální filtr, který potlačí všechny složky šumu najednou s dobrým zachováním SNR. Ale můžeme přiřadit každé skupině šumu filtry, které budou využívat jejich určité vlastnosti, což umožní efektivní odstranění. Dnes k tomu slouží filtry lineární a nelineární.

### 3.1 Lineární filtry

Lineární filtry jsou obrovskou skupinou, do které patří FIR a IIR filtry. Podstatou lineární filtrace je, aby se ve výsledném signálu potlačily šumové složky, a zdůraznily se složky užitečné. Tyto filtry využívají princip superpozice, nějaký se používá lineární operátor popisující závislost vstupního signálu na čase. Typicky jsou charakterizované impulsní charakteristikou, ze které lze poté dostat frekvenční přenosovou funkci  $H(t)$  pomocí z-transformace. Z rovnice (3.1) lze vidět princip filtrace, který spočívá v konvoluci signálu s impulsní charakteristikou filtru, kde je  $y(t)$  výstupní nebo filtrovaný signál,  $h(t)$  je impulsní charakteristika a  $x(t)$  je vstupní signál.

$$y(t) = h(t) * x(t), \quad (3.1)$$

Rozlišujeme několik hlavních typů filtrace, které pomáhají při popisu a třídění filtrů: jaké složky filtr potlačí a jaké se propouští.

**Dolní propust (DP)** – lineární filtr, propouštějící nízkofrekvenční složky, zároveň potlačí složky s vysokými frekvencemi, hraniční mez je určena mezní frekvencí  $f_m$ .

**Horní propust (HP)** – je protiklad k filtru DP, propouští vysoké frekvence a nízké potlačí, také je určen mezní frekvencí.

**Pásmová propust (PP)** – se nazývá filtr tvořený DP a HP působícími současně. Je tvořen dvěma mezními frekvencemi určujícími pásmo, které filtr propouští.

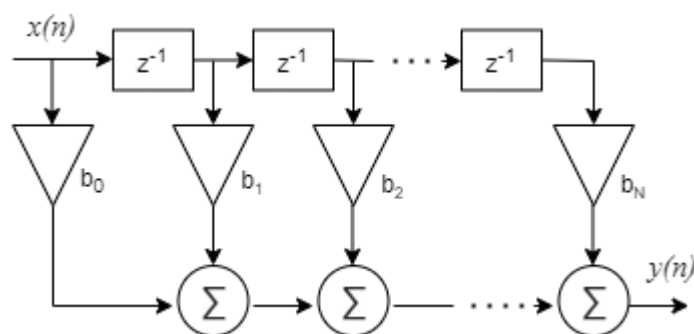
**Pásmová zádrž (PZ)** – složena stejně jako PP, ale rozdíl spočívá v tom, že mezní frekvencí určuje potlačované pásmo.

#### 3.1.1 FIR

Finite impulse response (FIR) filtry se vyznačují svou konečnou impulsní charakteristikou, stabilitou. Budou mít lineární fázovou frekvenční charakteristiku, pokud je jejich impulsní charakteristika symetrická. Obvykle jsou realizované nerekurzivně, což lze vidět z obrázku Obr. 3.4, kde není přítomna zpětná vazba. Ale mohou být realizovány také rekurzivně. Mezi jeho hlavní výhody, kvůli kterým je v některých případech



vhodnější než IIR filtr, rozlišujeme: absolutní stabilitu, nepotřebu zpětné vazby, možnost lineární fázové charakteristiky.

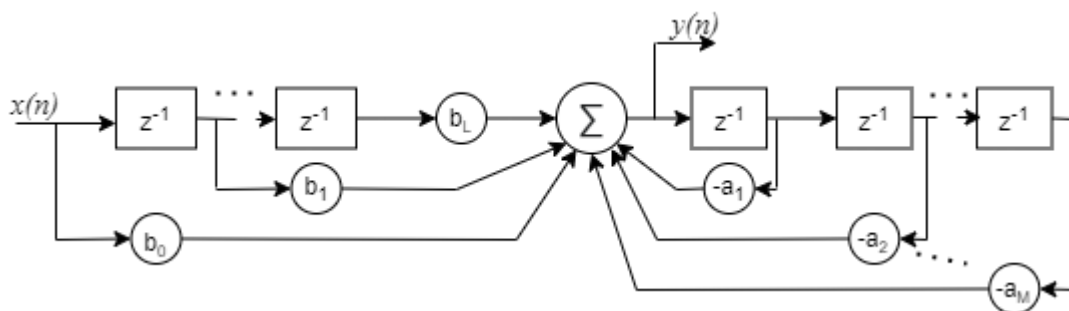


Obr. 3.4: Schéma diskrétního FIR filtru.

Ve filtraci EKG se obvykle používá HP na odstraňování brumu, Lynnova DP na odstraňování driftu. Při filtraci EMG vhodné nejsou, ale existují praxe, kde jsou využívány za nějakého přípustného zkreslení, např. při snímání EKG pomocí mobilní aplikace, kde nelze použít jiné chytřejší a náročnější techniky.

### 3.1.2 IIR

Infinite impulse response (IIR) – filtry využívající své výstupy jako vstupy, tím vytvoří zpětnou vazbu. Mají nekonečnou impulsní charakteristiku a jsou nestabilní, mohou být realizovány jenom rekursivně. Grafický příklad schéma filtru je na obrázku Obr. 3.5.



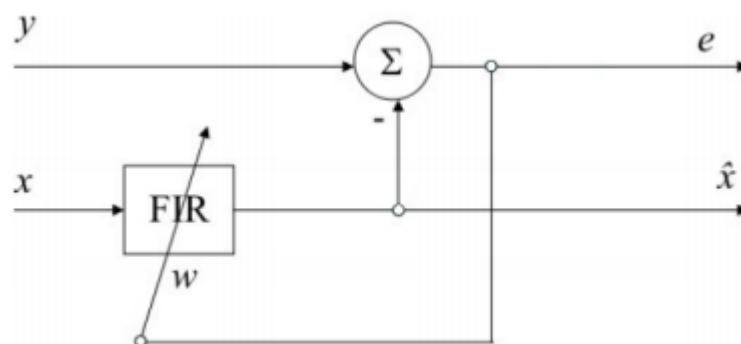
Obr. 3.5: Schéma IIR filtru. [10]

V porovnání s FIR filtry jsou méně náročné pro výpočet vzorků a přesnější. V EKG filtraci se mohou používat HP za účelem filtraci brumu, pro ostatní typy šumu jsou nevhodné.

### 3.1.3 Adaptivní filtr

Adaptivní filtr je filtr, který se dokáže během své práce postupně přizpůsobovat, tedy měnit své filtrační schopnosti a váhy. To je velkou výhodou, když je filtrovaný signál předem neznámý nebo pracujeme s časově proměnnými parametry. Může být realizován jak lineárními systémy, tak i nelineárními. V praxi se však často využívá FIR filtr kvůli nízké početní náročnosti, jeho koeficienty se mění v závislosti na použitém algoritmu.

Princip adaptivního filtru spočívá v porovnání výstupního a vstupního signálu, následném odhadu chyby, kterou lze snáze zmenšit. Zvláštností je, že vyžaduje přivádění pomocného vstupu, který by se měl podobat požadovanému výstupnímu signálu. Základní schéma můžeme vidět na obrázku Obr. 3.6.



Obr. 3.6: Základní adaptační schéma. [11]

Jednoduchý adaptivní FIR filtr se dá využít při filtraci EKG za účelem odstranění brumu a EMG, ale s některými omezenostmi.

## 3.2 Nelineární filtry

Nelineární filtry na rozdíl od lineárních nesplňují princip superpozice, a jejich výstup nemůže být popsán lineárním operátorem vstupního signálu. Jsou složitější při realizaci než lineární filtry, protože nemají pevné dané vlastnosti, jako například impulsní a přenosové charakteristiky u lineárních systémů. Mezi nimi rozlišujeme mediánové filtry, homomorfní, filtry na základě vlnkové transformace a filtry na základě empirického rozkladu.

### 3.2.1 Mediánové filtry

Mediánové filtry jsou nelineární filtry založené na třídění. Jejichž podstatou je plovoucí okno určité délky, které projde vstupním signálem. V každém kroku ze vzorků seřazených podle amplitudy, vybere medián a ten pošle na výstup. Princip je vidět z rovnice (3.2).

$$y(n) = \text{med}[x(n - k), \dots, x(n), \dots, x(n + k)], \quad (3.2)$$

kde  $y(n)$  je výstupní hodnota z mediánového okna zahrnujícího vzorky od  $x(n - k)$  do  $x(n + k)$ .

Výstupní signál je roztažen v závislosti na délce okna. Výhodami mediánového filtru jsou schopnosti zachování výrazných změn v signálu a potlačení šumu postihujícího malou část vzorků. Nevýhodami jsou neschopnosti filtrace souvislého šumu a početní náročnost.

### 3.2.2 Empirická modální dekompozice (EMD)

Empirická modální dekompozice (en. Empiric mode decomposition, EMD) – je metoda, která je hlavní součástí Hilbert-Huangovy transformace (HHT) pro nestacionární a nelineární signály. Funguje podobně jako Fourierova a vlnková transformace (viz. kap. 4). Provádí se za pomoci rozkladu dat na nějaké konečné a malé množství komponent, zvaných jako vnitřní modální funkce (en. intrinsic mode functions, IMF). Výsledkem je soubor komponentních složek odpovídající různým frekvenčním pásmům, které jsou poté zpracovány a rekonstruovány ve výsledný signál. Podmínkou je předpoklad, že zkoumaný signál má alespoň dva lokální extrémy, minimum a maximum.

Filtrace pomocí EMD může vypadat jako rekonstrukce signálu s vyloučeným vysokofrekvenčním pásmem, tak se například zbavuje přítomnosti náhodného šumu. Za výhody této metody považujeme schopnost adaptace, způsobenou odvozením základní funkce z analyzovaného signálu, a možnost filtrace signálu, v němž zastoupení šumu je mnohem větší, než zastoupení užitečných složek. V EKG pomoci EMD lze vyfiltrovat jakýkoli typ šumu.

## 4. VLNKOVÁ TRANSFORMACE

Vlnková transformace (en. Wavelet transform, WT) – je metoda která se dnes používá za účelem odstranění nedostatku známé Fourierovy transformace (FT). FT poskytuje informace o frekvenčním zastoupení v signálu, ale žádné časové rozdělení, kde se tyto frekvence vyskytují. Toto částečně dokáže vyřešit krátkodobá Fourierova transformace (STFT), kde signálem projde posuvné okno s aplikovanou FT. Ale délka okna přináší své výhody a nevýhody jako rozlišení času a rozlišení frekvence, avšak v některých úsecích signálů se mohou informace ztratit. Metoda WT spočívá v konvoluci známé vlnky (a z ní odvozených dalších) s neznámým signálem. Signálem projde vlnka a bude spočítána výsledná korelace. V důsledku se signál rozkládá na jednotlivé nezávislá pásma a umožňuje pak získat informace o časově-frekvenční charakteristice. Tento princip se i dodnes stále rozvíjí a kvůli svým neomezeným aplikacím dostává hodně pozornosti od vědců. První pokusy a myšlenky o aplikování byly již na začátku 20. století a spojený s jmény Alfréd Haar a Dennis Gabor. Pak se dostatečný rozvoj v analýze dostal od vědců: Zweig, Goupillaud, Grossmann, Morlet a Meyer [4]. Kvůli svému mechanismu hledání určité struktury nebo vzorků, vlnková analýza našla uplatnění v řešení spousty problémů, i kde se to neočekávalo: zpracování signálů, úpravě obrazů, analýze DNA sekvencí, ve studiích vzdálených galaxií, jevů turbulence, seismických, zvukových a elektromagnetických vln. Hledají se jak nové možnosti aplikace, tak i zlepšení už známých. Neexistuje však jeden typ transformace, ale různé metody, kde zaleží na volbě parametrů vlnky a jiných faktorech. Klasifikujeme dvě hlavní skupiny: spojitou a diskrétní transformaci.

### 4.1 Spojitá vlnková transformace (CWT)

Spojitá vlnková transformace (en. Continuous wavelet transform) – tato metoda spočívá v již výše zmíněném způsobu, kde se využívá vlnkových funkcí (vlnek). CWT představuje korelaci spojitého signálu s vlnkou. Tato metoda umožňuje dilatačnímu parametru a časovému posunu měnit se spojitě. Z rovnice (4.1) lze vidět jak funkce  $x(t)$  bude rozdělena do souborů funkcí  $\psi_{a,b}$ .

$$y(a, b) = \int x(t) \psi_{a,b}^*(t) dt, \quad (4.1)$$

kde  $a$  je dilatace vlnky a  $b$  je posunutí. Proměnná  $*$  vystupuje komplexním sdružením. Jednotlivé vlny odvozené od tzv. mateřské vlny popisuje vztah (4.2).

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad (4.2)$$

kde  $\frac{1}{\sqrt{a}}$  je faktor normalizující energii odlišně dilatovaných vlnek. Uvedme i inverzní vzorec (4.3) pro rekonstruování původního signálu.

$$x(t) = \int \int y(a, t) \psi_{a,b} db ds , \quad (4.3)$$

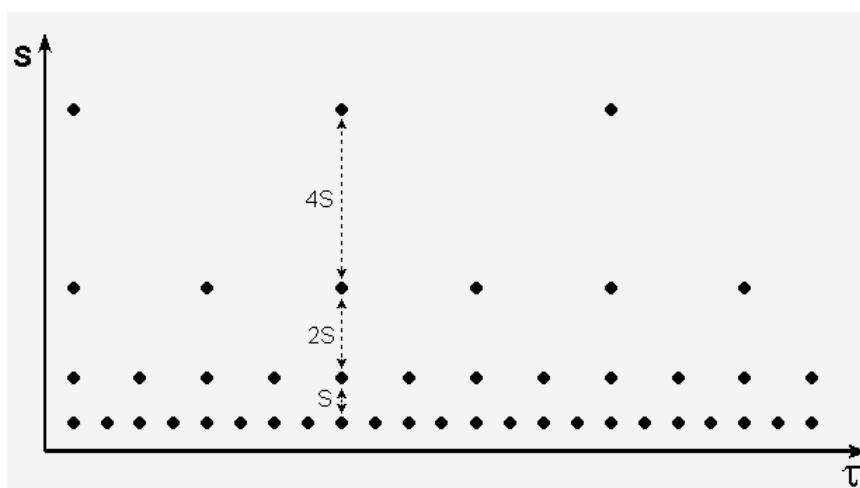
I v této transformaci však existují nedokonalosti a náročnosti v aplikacích. Autor v [5] rozlišuje 3 hlavní problémy. Z nichž první vychází ze dvou spojitých parametrů, ve kterých se zbytečně ve výsledcích projevuje velké množství koeficientů, tzv. redundance. Druhým problémem je nekonečné množství vlnek v transformaci, kde by bylo vhodné znát nějakou danou číselnou hodnotu. Třetím problémem je nemožnost analytického postupu při řešení úloh, lze jej řešit pouze numericky, nebo pomocí počítače. Snahy o odstraňování těchto omezeností přivedly výzkumníky k dalším typům transformace.

## 4.2 Diskrétní vlnková transformace (DWT)

Diskrétní vlnková transformace (en. Discrete wavelet transform, DWT) – vznikla snahou o praktičtější používání CWT. Její představující funkce je spojitá na čase, jak je vidět z rovnice (4.4), ale používají se diskrétní vlnky. Diskretizace vlnky se provádí zavedením do původní rovnice vlnky (4.2) dilatačního kroku  $a_0^j > 1$  a posuvného faktoru  $b_0$ . Proměnné  $j$  a  $k$  jsou celá čísla. Tímto způsobem dojde k diskretizaci parametrů dilatace a časového posunu vlnky. Výsledkem je časová osa navzorkována diskrétními intervaly, bez redundance.

$$\psi_{j,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{a_0^j}} \psi\left(\frac{t - kb_0 a_0^j}{a_0^j}\right) , \quad (4.4)$$

Obvykle se vybírají koeficienty  $a_0 = 2$ , a  $b_0 = 1$ , a provádí se dyadický rozklad jak frekvenční, tak i časové složky. Z obrázku Obr. 4.7 lze vidět, jak se dvojnásobně mění dilatační parametr  $a$  (nebo  $s$ ) zvětšením  $j$  o jedničku a stejně časový posun  $b$  (nebo  $\tau$ ).



Obr. 4.7: Příklad umístění vlnkových koeficientů na dyadické mřížce [5].

Z vlastností vlnky vychází představa jako její pásmové zádrže. Při transformaci, každá další vlnka roztažená dilatačním faktorem  $a_0$  o 2, a pokryje jenom půlku zbylého spektra. Aby bylo pokryto celé spektrum kolem 0, dostáváme nekonečné množství vlnek. Toho

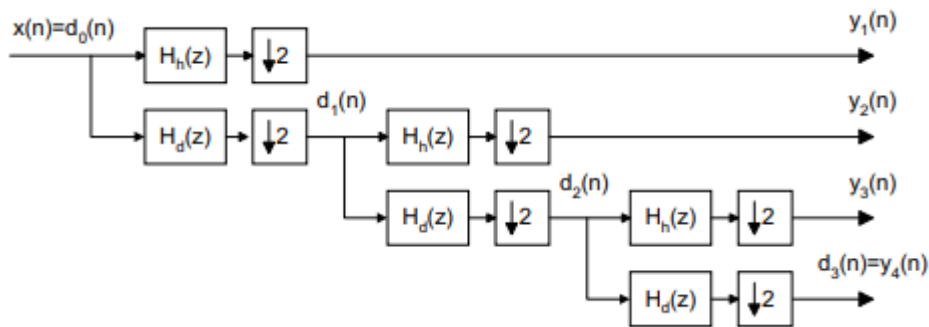
lze docílit zavedením dolní propustí. Její krycí frekvenční šířka ovlivňuje množství koeficientů. Čím je šířka menší – tím víc zbývá prostoru pro vlnkovou analýzu, zároveň je menší riziko ztráty důležité informace o signálu. Čím je šířka větší – tím méně prostoru pro vlnkovou analýzu zbývá a následně se dostává menší množství vlnkových koeficientů, ale je vysoké riziko ztráty informací. Kompromisem je vhodné nastavení šířky, takto se lze zbavit druhého problému (nekonečné množství vlnek) CWT [5].

### 4.3 Vlnková transformace s diskretním časem (DTWT)

Vlnková transformace s diskretním časem (en. Discrete-Time Wavelet transform, DTWT) – vzniká pokusem o diskretizaci času, a tím se snaží vyřešit třetí problém (nemožnost analytického postupů) CWT. Toho lze dosáhnout iteračním rozkladem bankou diskretních filtrů, při kterémž opakovaně rozkládáme výstup DP na HP a DP, jak je vidět ze vztahu (4.5).

$$y(n) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x(i) h_m(2^m n - i) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} h_m(i) x(2^m n - i), \quad (4.5)$$

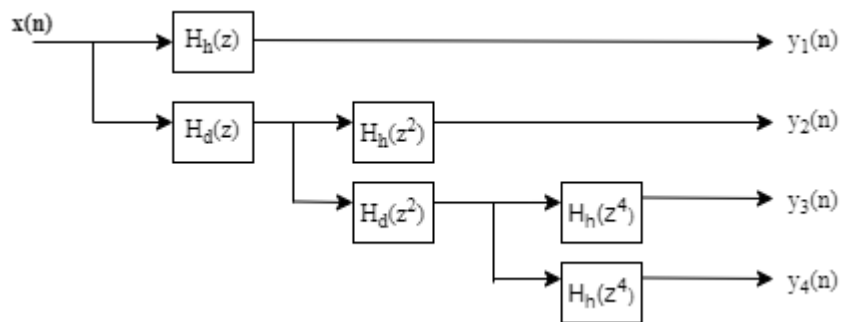
kde je  $m$  kmitočtové měřítko,  $h$  je impulsní charakteristiky filtrů. Výstupy filtrů jsou pak koeficienty DTWT. Příklad běžného schéma DTWT je na obrázku Obr 4.8.



Obr. 4.8: Třístupňová DTWT s podvzorkovacím faktorem = 2 [14].

### 4.4 Stacionární vlnková transformace (SWT)

Stacionární vlnková transformace (en. Stationary wavelet transform, SWT) – je modifikovanou formou klasické DWT. Na začátku studia této transformace výzkumníci používali odlišné názvy jako: invariantní vlnková transformace, redundantní vlnková transformace, nedecimační vlnková transformace. Což vyjadřovalo její hlavní výhody oproti DWT: je redundantní, lineární a nezávislá (invariantní) k časovému posunu, což znamená, že výsledné koeficienty zpožděného signálu budou časově posunuté vzhledem k originálnímu signálu. Toho se dosahuje principem, který spočívá ve vyplnění mezer v impulsní charakteristice nulami. Další důležitou možností SWT je zpětná rekonstrukce (ISWT), což pro CWT není možné. Příklad rozkladu signálu SWT lze pozorovat na obrázku Obr. 4.9.



Obr. 4.9: Rozklad signálu pomoci SWT.

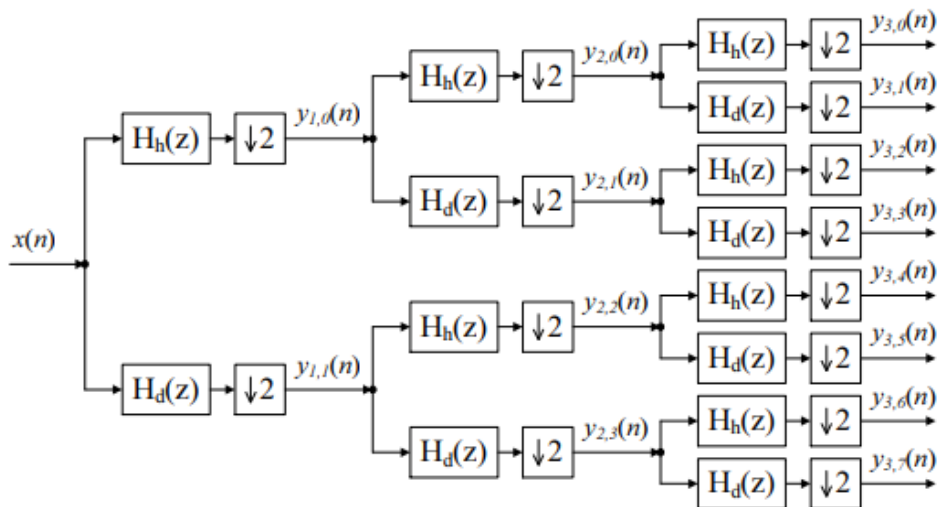
Dnes je SWT hlavně využívána ve filtraci nestacionárních signálů a statistice.

## 4.5 Paketová vlnková transformace (WPT)

Paketová vlnková transformace (en. Wavelet packet transform) – je vlnková transformace u které dochází k rozkladu signálu pomocí banky filtrů na tzv. pakety. Na rozdíl od dyadické DTWT, se zde rozkládají výstupy nejen DP, ale i HP, v každém stupni stromové struktury. Toto přináší možnost detailnější analýzy frekvenčních složek, čímž je omezená klasická dyadická DTWT. WPT funkce je popsána vztahem (4.6).

$$W_{a,b}^n(t) = 2^{\frac{a}{2}} W^n(2^a t - b), \quad (4.6)$$

Kde  $a, b$  jsou dilatační a posuvný parametr,  $n$  je oscilační parametr. Pro stupeň dekompozice  $n$  WPT vytváří  $2^n$  číslo paketů (pásem) s vlnkovými koeficienty, což lze pozorovat na obrázku Obr. 4.10. Výsledné  $2^n$  pásma budou dělit frekvenční obsah od 0 do  $f_{vz}/2$ , což znamená, že stupeň rozkladu je závislý na vzorkovací frekvenci  $f_{vz}$ .



Obr. 4.10: Rozkladový strom WPT s podvzorkovacím faktorem = 2, a stupněm dekompozice = 3 [7].

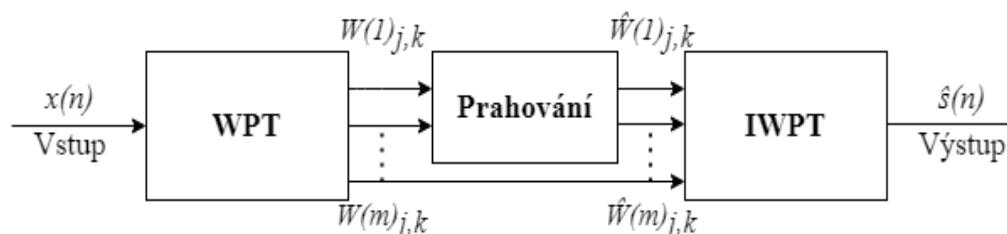
Signál je zaprvé rozkládán HP a DP, tím je uskutečněn první stupeň rozkladu, a výstupem jsou detailní a aproximační koeficienty, kde detailní koeficienty reprezentují výstup z HP, a aproximační koeficienty jsou výstupem z DP. Po podvzorkování jsou signály poté každý zvlášť zase rozloženy HP a DP, na druhém stupni rozkladu poté dostáváme čtyři stejně široké frekvenční pásma. Z čehož plynou hlavní výhody WPT před jinými transformacemi jako je přesná a detailnější reprezentace signálů. V porovnání s DWT, u WPT dochází k snadnější lokalizaci vysoko a nízkofrekvenčních složek signálu [15].

## 4.6 Využití vlnkové filtraci pro EKG

Dnes má filtrace vlnkovou transformací široké uplatnění v eliminaci šumu ze signálů a obrazů díky jednoduchým algoritmům a jejich realizaci. Díky těmto algoritmům má transformace dobré předpoklady pro odstranění šumu ze signálu, což je způsobeno velkou korelací mezi signálem a vlnkou. Ve výsledcích se dostává frekvenční obsah signálu rozdělený do jednotlivých pásem, v nichž jsou koeficienty užitečných složek nabývajících velkých hodnot, zatímco koeficienty šumu jsou nízké, protože vlnka se šumem málo koreluje.

### 4.6.1 Vlnková filtrace

Kvůli této skutečnosti se v algoritmech obvykle stanoví prahová hodnota mezi šumem a užitečným signálem, následovně se koeficienty vynulují. Takové metodě se říká vlnková filtrace (en. Wavelet Filtering, WF), jejíž blokové schéma může představovat obrázek Obr 4.11.



Obr. 4.11: Blokové schéma prosté vlnkové filtrace pro EKG.

Tento algoritmus zahrnuje 3 podstatné kroky:

**1) Dekompozice signálu.** Signál je rozkládán na vlnkové koeficienty v jednotlivých frekvenčních pásmech. Je důležité vybrat transformace u kterých lze použít zpětnou rekonstrukci. Přitom by měly být vybrány parametry jako vlnka a stupeň dekompozice, které ovlivňují konečný výsledek.

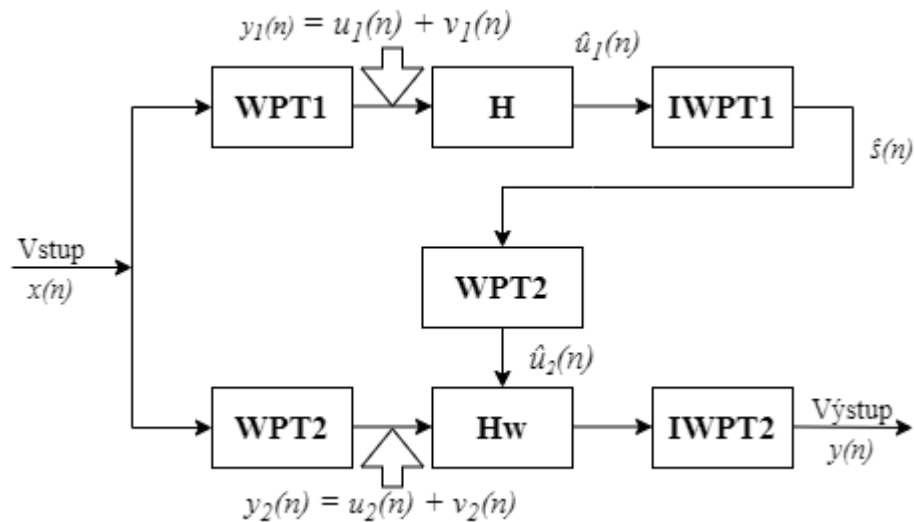
**2) Prahování vlnkových koeficientů.** Je samotnou částí filtrací, mělo by zde dojít k potlačení šumových koeficientů. Toho je dosaženo pomocí vhodného nastavení prahu, který určuje hraniční mez pro potlačení šumových koeficientů a zachování těch užitečných.

**3) Zpětná rekonstrukce.** Se provádí z prahovaných, detailních a aproximačních vlnkových koeficientů pomocí zpětné vlnkové transformace (IWPT nebo IDWPT). Tímto tak dostáváme rekonstruovaný původní signál.



## 4.6.2 WWF

Tedy WF je součástí dalších modifikovaných metod jako wienerovská vlnková filtrace (WWF) a adaptivní wienerovská vlnková filtrace (AWWF), které vycházejí z představy vstupního signálu jako aditivní směsi šumu a užitečného signálu. Tyto metody vykazují vysokou účinnost v odstranění šumu. Používají se ve zpracování CT, MRI obrazů, EKG a dalších signálů. Příkladem WWF filtru může složit schéma z obrázku Obr. 4.12.



Obr. 4.12: Blokové schéma WWF filtru.

Tento filtr je založen na metodě pilotního odhadu, kterou představuje horní část schématu, zatímco v dolní části se vypočítává wienerovský korekční faktor.

### WPT1

Blok WPT1 představuje rozklad vstupního signálu  $x(n)$  paketovou vlnkovou transformací na vlnkové koeficienty v jednotlivých frekvenčních pásmech. Získané vlnkové koeficienty představují směs koeficientů užitečného signálu  $u_1(n)$  a šumu  $v_1(n)$ .

### HW

V bloku H dochází k prahování všech koeficientů. V každém pásmu je zvlášť vypočítán a nastaven práh na základě směrodatné odchylky šumu. Následně jsou všechny podprahové koeficienty vynulovány, s ostatními nadprahovými koeficienty se zachází dle zvolené metody prahování, buď se potlačí o nějakou danou hodnotu, nebo zůstanou beze změny. Očekáváme, že výsledné koeficienty  $\hat{u}_1(n)$  představují jenom užitečný signál.

### IWPT1

Blok IWPT1 provádí rekonstrukci signálu z prahovaných koeficientů  $\hat{u}_1(n)$ . Výsledný signál představuje pilotní odhad  $\hat{s}(n)$ .

### WPT2

Tento blok představuje druhou vlnkovou transformaci. Vstupní parametry pro rozklad signálů nemusejí odpovídat parametrům použitým v bloku WPT1. V tomto bloku jsou

rozkládány: pilotní odhad užitečného  $\hat{s}_1(n)$  a původní vstupní signál  $x(n)$  bez žádných úprav. Předpokládá se, že získané vlnkové koeficienty ze vstupního signálu představují aditivní směr užitečného signálu  $u_2(n)$  a šumu  $v_2(n)$ . Pak wienerovský korekční faktor je spočítán podle vzorce (4.7).

$$g_m(n) = \frac{\hat{u}_m^2(n)}{\hat{u}_m^2(n) + \hat{\sigma}_{v_m}^2} \quad (4.7)$$

Kde  $g_m(n)$  je korekční faktor,  $\hat{u}_m^2(n)$  jsou umocněné vlnkové koeficienty pilotního odhadu a  $\hat{\sigma}_{v_m}^2$  je odhad rozptylu šumu, který je spočítán ze vzorce (4.8). Spočítaný korekční faktor představuje matice s hodnotami od 0 do 1, které určují jak moc je potřeba změnit vlnkové koeficienty. Hodnota korekčního faktoru blízká se k 1 znamená, že odpovídající koeficient přispívá k užitečné složce signálu, a po jejich vzájemném násobení se nezmění. Zatímco hodnota blízká k 0 říká, že koeficient patří do šumové složky, a po násobení se vynuluje. Touto úpravou projdou všechny vlnkové koeficienty získané v bloku WPT2. Poté budou rekonstruovány v bloku IWPT2 příslušnou zpětnou transformací, kde se získá výsledný filtrovaný signál  $y(n)$ .

## Hw

Do tohoto bloku vstupují dvě sady vlnkových koeficientů. Koeficienty z pilotního odhadu se podílejí na výpočtu korekčního faktoru pro každé rozložené pásmo podle zmíněné rovnice (4.7). Výsledný korekční faktor má délku frekvenčního pásma s vlnkovými koeficienty, tedy každému koeficientu v pásmu patří korekční hodnota od 0 do 1. Vektory s korekčními hodnotami jsou uloženy do matice. Korekční faktor, stejně jako v procesu prahování, se nepočítá pro poslední pásmo, za předpokladu přítomnosti užitečné složky. Matice korekčních faktorů se pak násobí s vlnkovými koeficienty získanými rozkladem vstupního signálu.

## IWPT2

Po úpravě vlnkových koeficientů korekčním faktorem následuje jejich zpětná rekonstrukce do výstupního signálu  $y(n)$ .

Existují i další modifikace metody WWF filtru, jako například v [27] autory navrhované “iterativní WWF”, kde se využívají více než dva rozklady. Základní myšlenka spočívá v rozložení signálu více transformacemi, za předpokladu, že odhad užitečného signálu se stává kvalitnější s následující iterací.

### 4.6.3 Nastavení prahu

Nejdůležitější parametr ve vlnkové filtraci je práh  $\lambda$ . Je nezbytný pro úspěšnost metody a přímo ovlivní její efektivitu. Příliš vysoce nastavený práh způsobí velkou ztrátu užitečného signálu, zatímco nízký v něm zanechá přebytečný šum. Obvykle se počítá pro každé rozkladové pásmo zvlášť. Existuje mnoho způsobů výpočtu prahu, které se liší jak svými původy, tak i vlastnostmi a vlivem na zkoumaný signál. Dříve než bude práh

spočítán, je potřeba znát hodnotu směrodatné odchylky šumu v signálu, což většinou není k dispozici, proto se používá odhad směrodatné odchylky.

### Odhad směrodatné odchylky

Tento odhad je představen mediánovou absolutní odchylkou vlnkových koeficientů v jednotlivém pásmu, dělenou hodnotou 0,6745. Zjednodušeně může být vyjádřena vztahem (4.8).

$$\hat{\sigma} = \frac{\text{median}(|y_m|)}{0,6745}, \quad (4.8)$$

kde  $y_m$  jsou všechny vlnkové koeficienty v  $m = 2, 3 \dots$  pásmu.

### Univerzální práh

Tento typ prahu vykazuje dobré vyhlazovací schopnosti. Pro signály dlouhé je hodnota prahu velká, a s vysokou pravděpodobností vymizí veškerý šum, ale zároveň budou potlačené užitečné koeficienty. V praxi se potvrdilo, že většinou tento práh ořezá až příliš moc potenciálně užitečných koeficientů. Rovnice (4.9) pojednává o způsobu výpočtu prahu.

$$\lambda_m = \hat{\sigma} \sqrt{2 \times \ln(N)}, \quad (4.9)$$

kde je  $N$  počet vzorku v signálu a  $\hat{\sigma}$  je dříve zmíněný odhad směrodatné odchylky.

### SURE práh

Nebo en. Stein's Unbiased Risk Estimate. Pokud neznámá funkce obsahuje skoky, tak výsledná rekonstrukce je bude mít také. Tento práh má za úkol minimalizovat střední kvadratickou chybu (MSE) a je představen rovnicí (4.10).

$$\lambda_m = \hat{\sigma} \sqrt{2 \times \ln(N \times \log_2(N))}, \quad (4.10)$$

### Hybridní práh

Byl vytvořen za účelem překonání nevýhod SURE prahu. Představuje směs SURE a univerzálního prahu [18]. Podrobnější popis odvození je na [19].

### FDR práh

Nebo en. False Discovery Rate (FDR). Ze statistického hlediska proces prahování je velmi podobný testování různých kombinací hypotéz. Lze na to nahlédnout tak, jako by všechny vlnkové koeficienty byly testovány na značné odchylky od 0. Tímto způsobem byl práh odvozen Abramovichem a Benjamini ze statistické metody falešné míry výskytů, víc o tom na [17].

### Empirický práh

Tento práh se používá za podmínek, když ostatní prahy nejsou vhodné (jedna se o bílý šum) nebo prokazují neuspokojivé výsledky. Jeho výhodou je možnost úpravy podle vlastních potřeb.

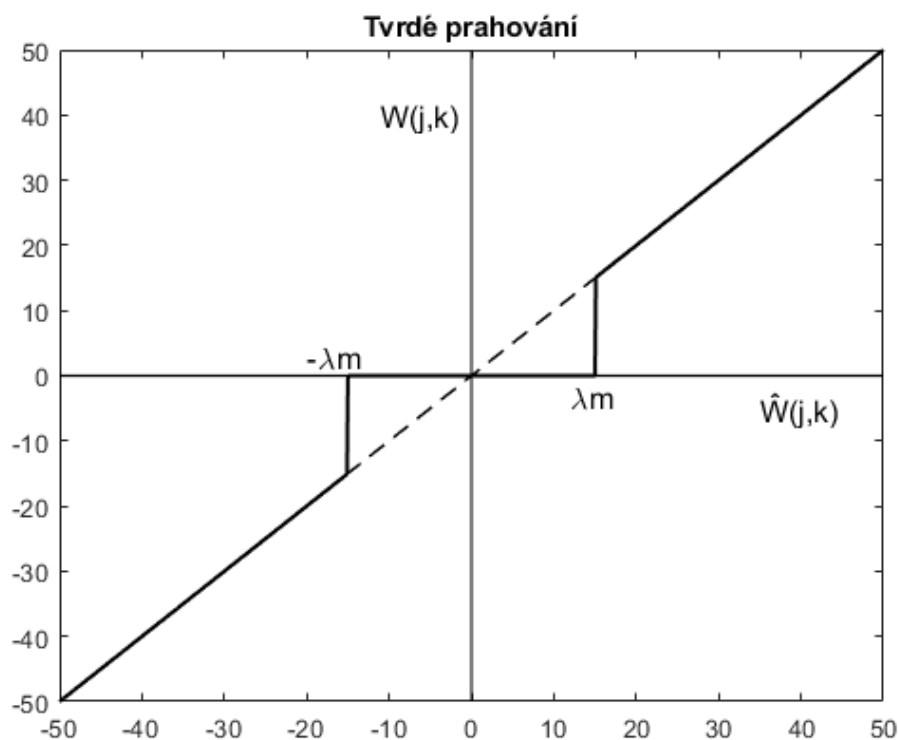
$$\lambda_m = \hat{\sigma} \times K, \quad (4.11)$$

kde  $K$  je určitá empiricky získaná konstanta.

### 4.6.4 Metody prahování

Prahování je proces při kterém dojde k výběru užitečných koeficientů a potlačení těch rušivých. Všechny prahovací metody potlačují podprahové hodnoty ( $\leq \lambda_m$ ) na nulu. Ale v některých případech, kdy jsou koeficienty v původním stavu, je potřeba zavést způsob nebo rozhodovací pravidlo, které určí jak zacházet s hodnotami výrazně a málo lišícími se od stanovené prahové hodnoty. Proto teď probereme 5 základních typů prahování, které se na to využívají.

$$\hat{W}_{j,k} = \begin{cases} W_{j,k}; & |W_{j,k}| > \lambda_m \\ 0; & |W_{j,k}| \leq \lambda_m \end{cases} \quad (4.12)$$



Obr. 4.13: Tvrdé prahování.

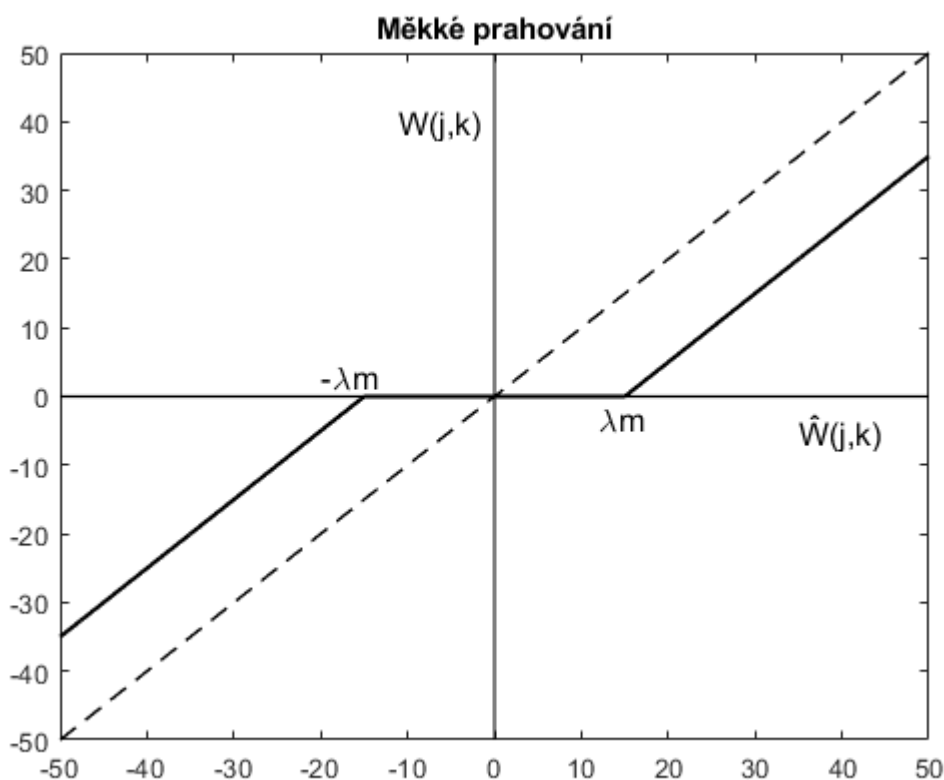
### Tvrdé prahování

Je nejjednodušším typem prahování, napevno nastaví podprahové hodnoty vlnkových koeficientů na nulu, a nijak se nezachází s nadprahovými. Jinými slovy buď vynuluje, nebo nic neudělá.

Rozhodovací pravidlo popisuje vztah (4.12), kde  $W_{j,k}$  jsou původní koeficienty a  $\hat{W}_{j,k}$  prahované, grafickým vyjádřením rovnice slouží obrázek Obr. 4.13.

### Měkké prahování

Je jinou metodou prahování, od tvrdého se liší tím, že nadprahové koeficienty potlačí o hodnotu prahu a posune je směrem k nule, podprahové budou vynulovány. Tímto způsobem měkké prahování ovlivní signál tak, že rušivé koeficienty, i když jsou nad prahem, budou potlačeny. Toto však přináší nevýhodu ve formě potlačení užitečného signálu, což v praxi poté lze pozorovat zkrácenou amplitudou u R kmitů. Matematické vyjádření je představeno rovnicí (4.13) a graficky na obrázku Obr 4.14.



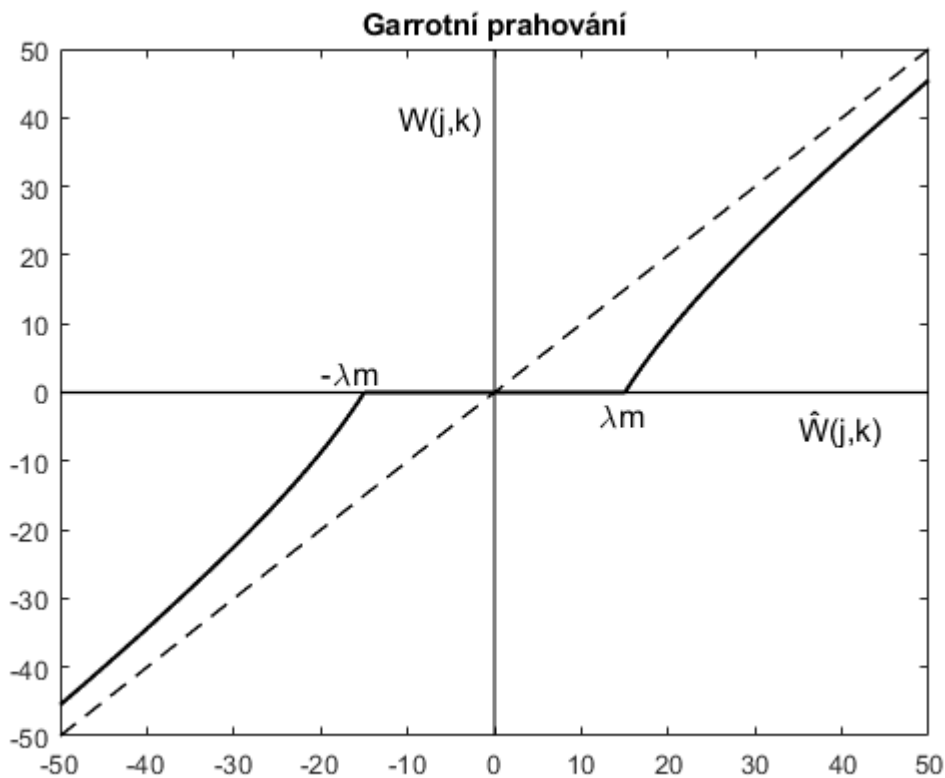
Obr. 4.14: Měkké prahování.

$$\hat{W}_{j,k} = \begin{cases} \text{sgn}(W_{j,k})(|W_{j,k}| - \lambda_m); & |W_{j,k}| > \lambda_m \\ 0; & |W_{j,k}| \leq \lambda_m \end{cases} \quad (4.13)$$

### Garrotní prahování

Garrotní prahování vzniklo pokusem spojit výhody měkkého a tvrdého prahování. Jeho úkolem je větší potlačení mírně nadprahových hodnot, a zároveň minimální ovlivnění hodnot výrazně větších oproti prahové hodnotě. Je často dobrým kompromisem při rozhodování mezi tvrdým a měkkým prahováním. Garrotní prahování definuje vztah (4.14) a grafický může být vyjádřeno na obrázku Obr. 4.15.

$$\hat{W}_{j,k} = \begin{cases} W_{j,k} - \frac{\lambda_m^2}{W_{j,k}}; & |W_{j,k}| > \lambda_m \\ 0; & |W_{j,k}| \leq \lambda_m \end{cases} \quad (4.14)$$

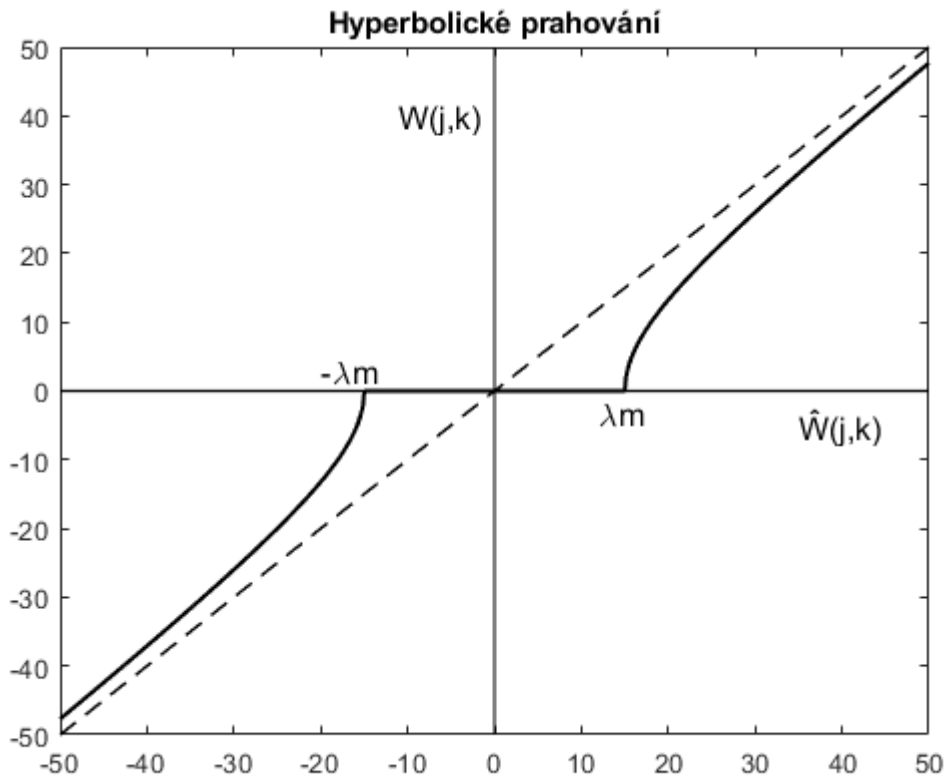


Obr. 4.15: Garrotní prahování.

### Hyperbolické prahování

Hyperbolické prahování se víc podobá měkkému, než tvrdému, a snaží se odstranit její nevýhody. Využívají se zde vlastnosti hyperboly a může být představeno rovnicí (4.15) s grafickým znázorněním na obrázku Obr. 4.16.

$$\hat{W}_{j,k} = \begin{cases} \text{sgn}(W_{j,k}) \sqrt{W_{j,k}^2 - \lambda_m^2}; & |W_{j,k}| > \lambda_m \\ 0; & |W_{j,k}| \leq \lambda_m \end{cases} \quad (4.15)$$

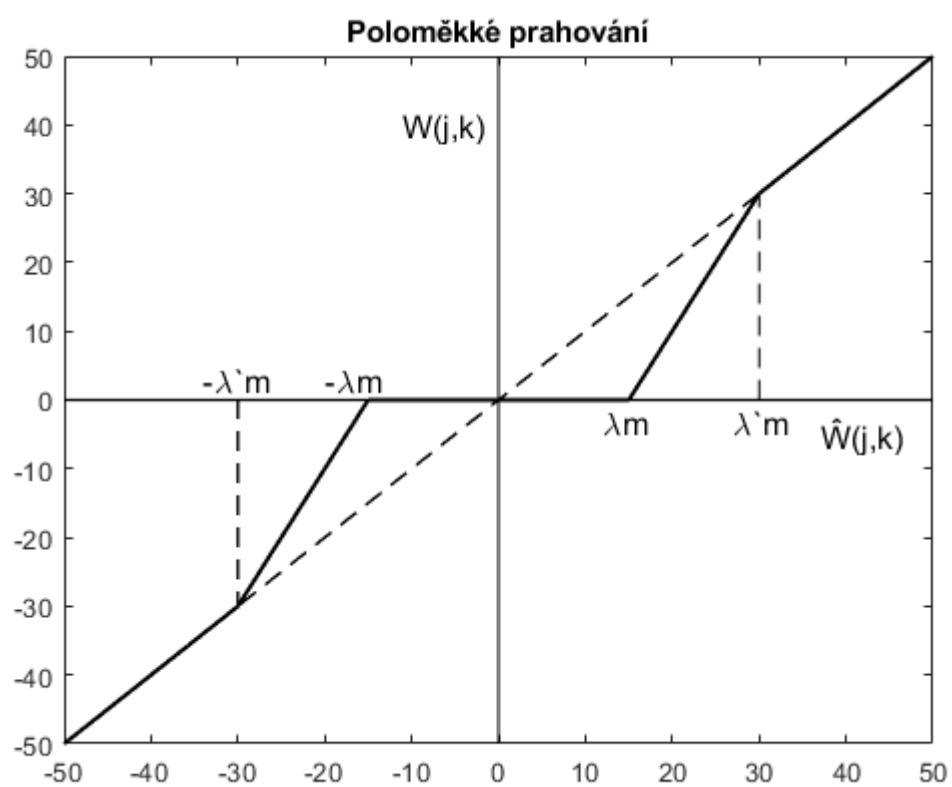


Obr. 4.16: Hyperbolické prahování.

### Poloměkké prahování

Je často používanou metodou prahování, spojuje výhody a odstraňuje nevýhody měkkého a tvrdého prahování, zavádí se zde druhý prah  $\lambda'_m$ . Tento prah je větší než původní prah a rozhoduje kdy se metoda chová jako měkké prahování, a kdy jako tvrdé. Ve výsledcích dochází k zanechání velkých hodnot (reprezentujících užitečný signál) v původním stavu a bez ořezání (jako v případě měkkého prahování). Mírné nadprahové koeficienty šumu jsou potlačeny a ostatní jsou vynulovány. Představující rovnice je vidět z rovnice (4.16), grafickým příkladem slouží obrázek Obr. 4.17.

$$\hat{W}_{j,k} = \begin{cases} W_{j,k}; & |W_{j,k}| > \lambda'_m \\ \text{sgn}(W_{j,k}) \frac{\lambda'_m (|W_{j,k}| - \lambda_m)}{\lambda'_m - \lambda_m}; & \lambda_m < |W_{j,k}| < \lambda'_m \\ 0; & |W_{j,k}| \leq \lambda_m \end{cases} \quad (4.16)$$



Obr. 4.17: Poloměkké prahování, s prvním prahem  $\lambda_m$ , a druhým  $\lambda'_m = \lambda_m \times 2$ .



## 5. REALIZACE WWF

Cílem práce je navrhnout wienerovský filtr s optimálními vstupními parametry a dosadit co nejlepší filtrační schopnosti. Filtr byl realizován v programovacím prostředí Matlab podle zmíněného schématu na obrázku Obr. 4.12 pro pilotní odhad. Metoda se skládá ze dvou částí: 1) Pilotní odhad užitečného signálu a 2) Získání korekčních faktorů. První část představuje jednoduchý vlnkový filtr, který byl navržen a zoptimalizován v rámci semestrální práce. Jeho filtrační schopnosti byli vyhodnoceny na CSE databázi a byli považováni za úspěšné s průměrným zlepšením SNR o 9.01 dB a směrodatnou odchylkou 1.97 dB. Druhou částí wienerovského filtru se budeme zabývat v této kapitole a pokusíme se nalézt nejvhodnější parametry pro nastavení, jako: vlnka, práh, metoda prahování a úroveň dekompozice. Efektivita těchto parametrů bude vyhodnocena pomocí SNR vstupního a výstupního signálu. Potřebné signály byly vzaty z databáze a uměle zkresleny s požadovanou intenzitou EMG rušení.

### 5.1 Hodnocení filtrace

Hodnocení úspěšnosti filtrace bude prováděno porovnáním vstupního a výstupního SNR. Tato veličina je bezrozměrná, vyjádřena v decibelech, a ukazuje v jakém poměru se nachází užitečný signál a v něm obsažený šum. Definující vztah představuje rovnice (5.1).

$$SNR_{výst} = 10 \times \log_{10} \frac{\sum_{n=1}^{N-1} [s(n)]^2}{\sum_{n=1}^{N-1} [y(n) - s(n)]^2} [dB], \quad (5.1)$$

kde  $s(n)$  je užitečný signál a  $y(n)$  je signál se zastoupeným šumem.

Kromě toho, kvůli specifitě EKG signálu a jeho odečtení musíme brát ohled nejen na výsledný SNR, ale i na zkreslení původního užitečného signálu. Důležitost tohoto jsme probrali v kap. 2, kde byly popsány způsoby analýzy jednotlivých vln a úseku, a jak se mohou změnit v případě různých onemocnění. V průběhu filtrace může dojít ke zkreslení nebo ztrátě informací, a tím se stává nemožným správně posoudit stav pacienta. Proto po realizaci filtru budeme pozorovat jak navržený filtr působí na jednotlivé EKG vlny po rekonstrukci signálu.

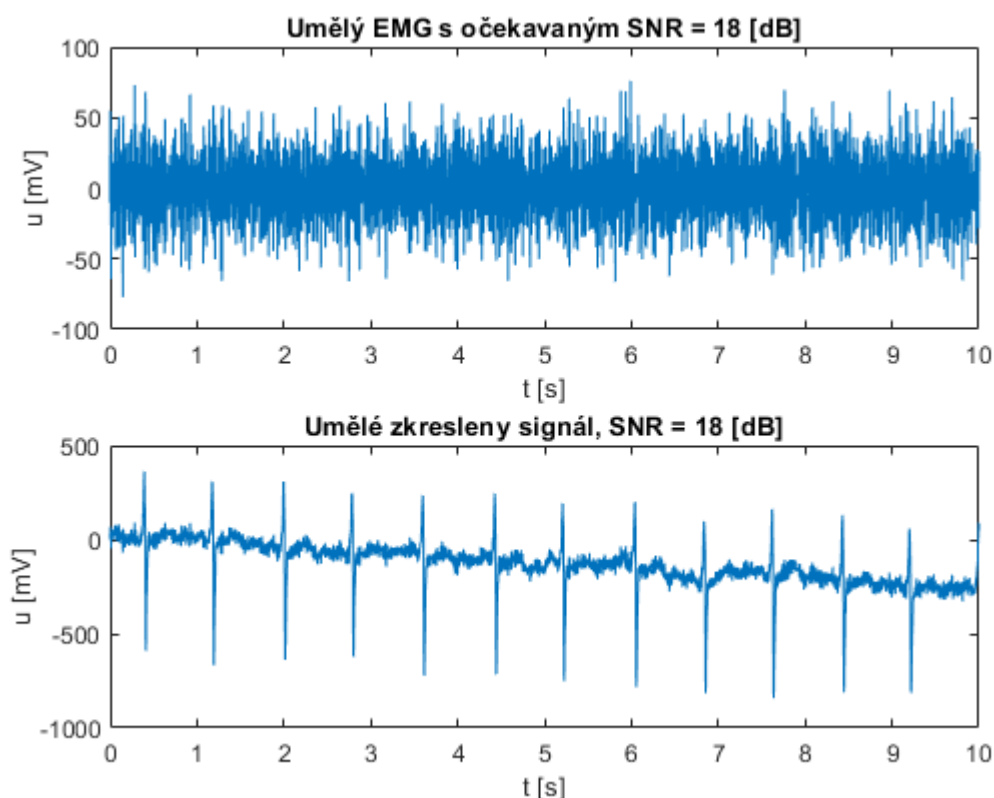
#### 5.1.1 Umělé zkreslení

Naše práce se zabývá problematikou odstraňování svalového rušení z EKG. A proto, aby námi navržený filtr co nejlépe odpovídal svým účelům, je nutné mít model takového rušení pro vlastní testy, jehož vlastnosti budou odpovídat reálným.

Algoritmus, generující EMG rušení, byl poskytnut vedoucím práce. Jeho princip spočívá v imitaci reálného EMG rušení, obsaženého v signálech CSE databázi.

Pro vytvoření tohoto algoritmu byl zaprvé získán odhad EMG šumu: ze zkresleného signálu byly vyloučeny jiné složky jako užitečný signál, síťové rušení a drift. Po získání odhadu EMG signálu bylo prozkoumáno jeho výkonové spektrum, které mělo největší působení ve frekvenčních rozmezích 20 a 100 Hz. Pomocí aproximace metodou

nejmenších čtverců byl vytvořen jednodušší model výkonového spektra a pak zmodelován frekvenčním omezením bílého Gaussova šumu s použitím tvarovacího filtru. V dolní části rovnice (5.1) byla odvozena konstanta  $A$ , díky které bylo umožněno nastavit požadovanou intenzitu rušení v SNR. Příklad umělého rušení a uměle zkresleného signálu je vidět z obrázku Obr. 5.18.



Obr. 5.18: Příklad vytvoření umělého EMG a zkreslení referenčního signálu.

## 5.1.2 CSE databáze

Pro testování a optimalizaci parametrů filtru byla využita CSE (en. Common Standards for Quantitative Electrocardiography) databáze. Originální databáze obsahuje 3750 signálů, reprezentujících snímání v jednotlivých svodech. To znamená, že se jedná o 250 odlišných EKG záznamů snímáných v 15 svodovém systému (12 svodů + 3 ortogonálních). Každý signál trvá 10 vteřin a je navzorkován s frekvencí  $f_{vz} = 500$  Hz. V signálech se vyskytuje drift, síťové rušení a EMG šum. Součástí poskytnutých materiálů je taky vyfiltrována verze databáze, která byla šetrně zbavena šumu. Celkem k dispozici jsou dvě matice se signály. Originální databáze bude využita v závěrečném hodnocení filtru, kde na ní bude aplikován filtr. Druhá vyfiltrovaná verze bude využita pro optimalizaci a testování parametrů, v níž obsažené vyfiltrované signály budeme považovat za 100% užitečné. Poté je zkreslíme umělým modelem EMG rušení s požadovanou intenzitou a budeme moci sledovat vliv filtrace na výsledný  $SNR_{vyst.}$

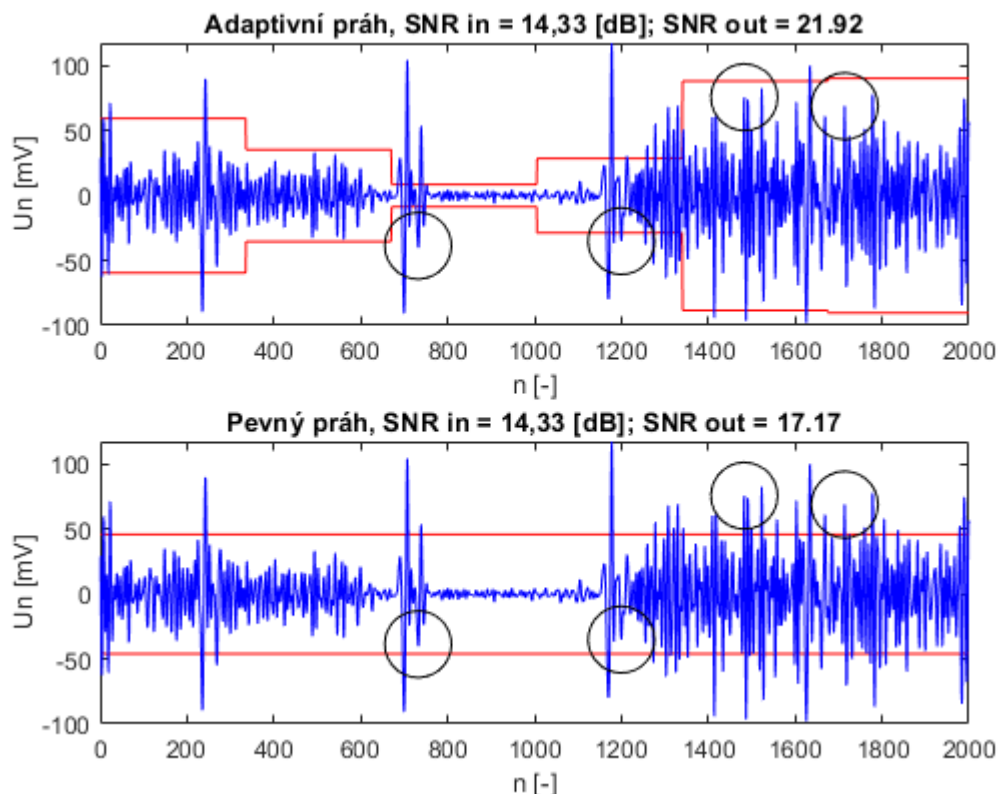
## 5.2 Návrh algoritmu

Algoritmus byl realizován podle schématu na obrázku Obr. 4.12. Klíčovým bodem úspěšnosti WWF filtru je nastavení vhodných parametrů, které prokazují odlišnou účinnost při různých intenzitách rušení. To je ztíženo obrovským množstvím kombinací parametrů, a proto pro výchozí nastavení filtrových parametrů budeme čerpat ze zkušeností jiných autorů zabývajících se touto problematikou a svými předchozími zkušenostmi v rámci semestrální práce [23].

### 5.2.1 Prah adaptivní funkce

Náš algoritmus byl doplněn o prah adaptivní funkce, díky které je možné sledovat měnící se intenzitu šumu v jednotlivých úsecích frekvenčního pásma. To je realizováno zavedením plovoucího mediánového okna, v kterém se počítá momentální odhad směrodatné odchylky a následně prah pro daný úsek vlnkových koeficientů v tomto pásmu. To nám umožňuje adaptovat se v průběhu filtrace a správněji detekovat šum v signálu.

Nerovnoměrně rozložený šum, v případě neadaptivního modelu, ovlivní konečný pevný prah pro celé pásmo, ve výsledku tak dojde v první části k prahování užitečného signálu a jeho poškození, zatím co ve druhé části dojde naopak k nedostatečnému filtrování, příkladem takovéto hypotetické situace slouží obrázek Obr. 5.19.



Obr. 5.19: Vliv adaptivního a neadaptivního prahu na výslednou filtraci.  $\text{SNR}_{\text{vst}} = 14.35$  dB; Koeficienty jsou z předposledního frekvenčního pásma, délka okna výpočtu prahu je 335 vzorků.

Vstupní signál pro analýzu byl náhodně vzat z CSE databází a uměle zkreslen nerovnoměrně zastoupeným EMG šumem. Jeho vstupní  $\text{SNR}_{\text{vst}}$  se rovnal 14.35 dB. V procesu získání pilotního odhadu signálu byl rozložen vlnkovou transformací na 8 frekvenčních pásem. K dispozici jsou tedy koeficienty z předposledního pásma, kde můžeme očekávat výskyt koeficientů užitečného signálu. Po zobrazení koeficientů můžeme pozorovat, že vlnkové koeficienty ve frekvenčním pásmu nabývají různých hodnot, odpovídajícím zastoupenému šumu. Tak prostřední úsek pásma obsahuje nejmenší hodnoty koeficientů, největší jsou však na konci pásma. Na obrázku jsou černě vyznačené pozice koeficientů, které nás v danou chvíli zajímají. Pevný práh na prostředním úseku pásma rozhoduje, zda potlačit vyskytující se koeficienty, zatímco adaptivní práh rozhoduje, zdali je zanechat v původním stavu. Vzhledem k tomu, že vedle těchto pozic nejsou velké koeficienty, můžeme předpokládat nízké zastoupení šumu v tomto úseku, což znamená že vyznačené koeficienty pravděpodobně patří k užitečné složce původního signálu. Jejich potlačení by znamenalo ztrátu užitečné informace. Naopak na konci pásma lze pozorovat, že v odpovídajícím úseku se vyskytuje hodně koeficientů nabývajících velkých hodnot, což pro běžný EKG signál není typické. Tím pádem očekáváme velké zastoupení šumu, proto je třeba získané koeficienty potlačit. Pevný práh tuto úlohu v daném případě nedokáže vyřešit, jak je vyznačeno na obrázku, výsledný práh je příliš nízký. Adaptivní práh však chytá většinu pozic správně, a dojde k jejich vynulování.

Potvrzením našich předpokladů a závěrů je výsledný  $\text{SNR}_{\text{out}}$ . V porovnání se vstupním  $\text{SNR}_{\text{vst}}$  v případě adaptivního prahu došlo ke zlepšení nad 7 dB. Zlepšení SNR pevným prahem pro celé pásmo je méně než 3 dB. Z toho vyplývá závěr, že práh adaptivní funkce podstatně zlepšuje schopnosti filtru v případě nerovnoměrně zastoupeného šumu. Navíc její efektivitu lze ovlivnit délkou plovoucího okna, větší délka způsobí menší schopnost adaptovat se a konečná prahová linie bude vyhlazená. Menší délka ve výsledcích způsobí příliš rychlé skoky na prahové linii a je více ovlivněná zastoupením QRS složek. Optimální volbu zajišťuje délka okna ve kterém se bude nacházet jenom jeden QRS komplex, a momentální směrodatná odchylka šumu by měla být vypočtena správně.

### 5.3 Optimalizace parametrů

Pro efektivní práci wienerovského filtru je potřeba nastavit množství vhodných parametrů, mezi nimi rozlišujeme: typ vlnky, stupeň rozkladu, práh, konstantu pro práh, metodu prahování. V našem případě tyto parametry lze měnit nejen v případě první vlnkové transformace, ale i druhé. Parametry pro první a druhou transformaci lze různě kombinovat a efektivněji optimalizovat náš filtr. Stěžejními body takových optimalizačních postupů je velké množství výsledných kombinací (jejich počet může být přes 4 miliony), a různý původ využitých parametrů (čísla, spojitě proměnné, metody prahování).

Pro řešení tohoto problému se využívají různé způsoby, například autor v diplomové práci [24] úspěšně využil genetických algoritmů. V jiném případě, v rámci disertační práce [7] autor navrhuje vlastní algoritmus výběru parametrů, jehož princip spočívá v postupném odstraňování zřejmě nevyhovujících parametrů.

V naší práci jsme se rozhodli přistoupit k optimalizaci všech parametrů. To znamená, že pro každý parametr budou rozsahem stanoveny přípustné a smysluplné hodnoty pro testování. Pak efektivitu výsledných kombinací ověříme zlepšením  $\text{SNR}_{\text{vst}}$  na uměle

zkreslených signálech. Je nutné dodat, že ne všechny parametry stejně ovlivňují schopnosti filtru. Za zásadní a nejdůležitější parametry jsou považovány stupně rozkladu a vlnka. Níže představíme možný rozsah hodnot pro každý parametr:

**Vlnka WPT1** – pro rozklad vlnkovou paketovou transformací mohou být použité jenom orthogonální vlnky. Do nichž spadají vlnky:

*dbN*, kde *N* je celé číslo od 1 do 45.

*symN*, kde *N* je celé číslo od 2 do 45.

*coifN*, kde *N* je celé číslo od 1 do 5.

*fkN*, kde *N* může nabývat hodnot 4, 6, 8, 14, 18, 22.

Celkem tedy vychází 100 vlnek.

**Stupeň rozkladu WPT1** – mezi neoptimálnější stupně rozkladu považujeme úrovně 2, 3, 4, 5.

Celkem 4 hodnoty.

**Vlnka WPT2** – podobně jako u WPT1 zde může obsahovat 100 vlnek.

**Stupeň rozkladu WPT2** – stejně jako u WPT jsou i zde 4 neoptimálnější úrovně.

**Empirická konstanta K** – Empirická konstanta může nabývat jakýchkoli hodnot, zadává se podle vlastní potřeby. Inspirací pro optimální rozsah hodnot sloužila práce [7], kde nejlepší rozsah pro různé úrovně šumu byly hodnoty od 2,3 do 3,6. Tím pádem jsme si v naší práci zvolili rozsah od 1,5 do 4 s krokem 0,5. Celkem tedy 6 hodnot pro výpočet konstant.

**Metoda prahování** – Prahování může být: tvrdé, měkké, garrotní, hyperbolické, poloměkké. Tyto metody byly podrobně popsány v kap. 4 a jejich celkový počet se rovná 5.

**Úroveň šumu** – Rozsah hodnot pro různé intenzity rušení byl vytvořen za účelem zkoumání našeho filtru, a jak se optimální parametry mění v závislosti na intenzitě šumu v signálu. Rozsah je od 0 do 55 dB s krokem 5 dB. Celkem je tedy 12 hodnot.

Lze pozorovat, že největší rozsah možných hodnot má v obou transformacích vlnka. Proto jsme se rozhodli obrátit na předchozí zkušenosti autora v rámci semestrální práce [23], kde pro výsledný filtr se ukázaly být nejlepšími vlnkami *coif2* a *sym4*. A tak pro naše počáteční nastavení jsme si vybrali vlnku *sym4*. Takhle jsme v důsledků zredukovali celkový počet možných kombinací a značně usnadnili optimalizační proces ostatních parametrů.

### 5.3.1 Ostatní parametry

Optimalizační proces v rámci naší práce je představen výběrem nejlepších kombinací parametrů ze všech možných, pro každou úroveň šumu zvlášť. Podrobněji to vypadá následujícím způsobem: pokaždé jsme si náhodě vybrali 100 signálů z referenční databáze, které jsme uměle zkreslili určitou intenzitou šumu. Poté pro jednotlivé kombinace parametrů byl spočítán průměrný výsledný  $SNR_{vyst}$  a určen ten největší.

Největší průměrné hodnoty výstupního  $\text{SNR}_{\text{vyst}}$  pro každou hladinu šumu byly spolu s příslušnými parametry zaneseny do tabulky Tab. 5.1.

Tab. 5.1: Nejlepší kombinace parametrů pro jednotlivé úrovně rušení.

| $\text{SNR}_{\text{vst}}$ | Průměrné zlepšení SNR | Empirická konstanta K | Stupeň rozkladu pro WPT1 | Stupeň rozkladu pro WPT2 | Metoda prahování |
|---------------------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------|--------------------------|------------------|
| 0                         | 20,47                 | 4                     | 4                        | 4                        | poloměkké        |
| 5                         | 18,61                 | 4                     | 4                        | 4                        | hyperbolické     |
| 10                        | 16,36                 | 3                     | 4                        | 4                        | garrotní         |
| 15                        | 14,20                 | 3                     | 4                        | 4                        | poloměkké        |
| 20                        | 12,56                 | 3                     | 3                        | 4                        | hyperbolické     |
| 25                        | 11,09                 | 2,5                   | 3                        | 4                        | garrotní         |
| 30                        | 9,74                  | 3,5                   | 3                        | 3                        | garrotní         |
| 35                        | 8,72                  | 4                     | 3                        | 3                        | hyperbolické     |
| 40                        | 7,60                  | 4                     | 3                        | 3                        | poloměkké        |
| 45                        | 6,53                  | 2,5                   | 3                        | 3                        | měkké            |
| 50                        | 5,47                  | 3                     | 2                        | 3                        | poloměkké        |
| 55                        | 4,16                  | 3,5                   | 3                        | 2                        | poloměkké        |

Z tabulky je patrná korelace mezi stupněm rozkladu a vstupním  $\text{SNR}_{\text{vst}}$ . Pro malé hodnoty  $\text{SNR}_{\text{vst}}$ , které odpovídají výrazně zastoupenému rušení, je potřeba volit větší stupeň rozkladu, to je především 4. stupeň. Tuto skutečnost potvrzují i hodnoty pro velké  $\text{SNR}_{\text{vst}}$ , jako v případě 50-55 dB, zde se optimální stupeň rozkladu snižuje do 2. Je nutné se zmínit, že nejlepší získané hodnoty stupně rozkladu jsou aktuální pouze pro signály se vzorkovací frekvencí  $f_{\text{vz}} = 500$  Hz.

Náhled do vně optimalizačního procesu stupně rozkladu dává tabulka Tab. 5.2, kde lze pozorovat měnící se výsledný  $\text{SNR}_{\text{vyst}}$  v závislosti na volbě úrovně rozkladu, za stejných ostatních parametrů. V tabulce se sousední hodnoty liší od největší (tučně vyznačenou) o ~2 dB a krajní hodnoty o ~10 dB, což je podstatné, protože při daném vstupním  $\text{SNR}_{\text{vst}}$  40 dB je průměrné zlepšení filtru 7,60 dB. Pokud by byly vybrány jiné stupně, tak efektivita filtrace může klesat o víc než 25 %, v nejhorším případě může dojít až k zhoršení signálu, a to za stejných ostatních parametrů. Tímto tedy potvrzujeme, že zásadní roli hraje výběr vhodného stupně rozkladu.

Tab. 5.2: Závislost výstupního  $\text{SNR}_{\text{vyst}}$  při různých stupních rozkladu za stejných ostatních podmínek;  $\text{SNR}_{\text{vst}}$ : 35 dB, Vlnka: *sym4*, Metoda prahování: *poloměkké*, Empirická konstanta: 3.

| Stupeň rozkladu pro WPT1 | Stupeň rozkladu pro WPT2 |              |       |       |
|--------------------------|--------------------------|--------------|-------|-------|
|                          | 2                        | 3            | 4     | 5     |
| 2                        | 44.70                    | 46.69        | 45.28 | 38.77 |
| 3                        | 45.04                    | <b>47.60</b> | 45.78 | 38.94 |
| 4                        | 44.94                    | 46.93        | 43.20 | 37.94 |
| 5                        | 44.71                    | 46.20        | 41.33 | 33.29 |

Lze také pozorovat, že hodnoty ve sloupcích jsou si podobné. Tato skutečnost se projevuje i v pokusech za úplně jiných parametrů. A tak můžeme učinit závěr, z něhož plyne, že stupeň rozkladu WPT2 přináší větší vliv na filtraci než stupeň rozkladu WPT1. Dále bychom mohli diskutovat empirickou konstantu, která má při nejnižších vstupních  $SNR_{vst}$  hodnotu 4. Se zvyšujícím  $SNR_{vst}$  začíná empirická konstanta pomalu klesat, až postupně dochází ke stavu, kde není žádná závislost. Tento jev mohl být způsoben velkým krokem v testovaných hodnotách. Dále se také podíváme do Tab. 5.3 kde je znázorněno, jak se lišily hodnoty výstupního  $SNR_{vyst}$  v závislosti na empirické konstantě K.

Tab. 5.3: Závislost hodnoty empirické konstanty K na výsledném  $SNR_{vyst}$  při různých úrovních rušení; Ostatní parametry jsou – Vlnka: *sym4*, Metoda prahování: *garrotní*, Stupeň rozkladu je vždy vybrán jako nejlepší.

| $SNR_{vst}$ [dB]             | Empirická konstanta K |              |              |              |              |              |
|------------------------------|-----------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
|                              | 1,5                   | 2            | 2,5          | 3            | 3,5          | 4            |
| 0                            | 13.71                 | 18.01        | 19.29        | 20.27        | 20.15        | 19.55        |
| 5                            | 18.13                 | 21.46        | 22.95        | 23.09        | 22.91        | 22.87        |
| 10                           | 22.21                 | 25.56        | 26.22        | 26.36        | 26.16        | 25.83        |
| 15                           | 26.33                 | 28.22        | 28.79        | 28.93        | 28.51        | 28.63        |
| 20                           | 29.93                 | 31.89        | 32.49        | 32.20        | 31.99        | 32.14        |
| 25                           | 34.37                 | 35.52        | 36.08        | 35.47        | 35.53        | 35.74        |
| 30                           | 38.50                 | 39.33        | 39.55        | 39.38        | 39.73        | 39.26        |
| 35                           | 42.69                 | 43.34        | 43.22        | 43.59        | 43.24        | 43.28        |
| 40                           | 46.88                 | 47.20        | 47.54        | 47.44        | 47.20        | 47.24        |
| 45                           | 50.76                 | 51.35        | 51.13        | 51.44        | 51.08        | 50.79        |
| 50                           | 54.64                 | 55.10        | 55.13        | 55.21        | 54.91        | 55.01        |
| 55                           | 58.83                 | 59.05        | 59.15        | 59.09        | 58.71        | 58.92        |
| <b>Průměrné zlepšení SNR</b> | <b>8.92</b>           | <b>10.50</b> | <b>10.96</b> | <b>11.04</b> | <b>10.84</b> | <b>10.77</b> |

Z tabulky je vidět, že nejlepší průměrné působení na filtraci mají konstanty v rozmezí od 2,5 do 3,5. To nám tedy říká, že jakákoli konstanta z tohoto intervalu bude působit při ostatních vhodných parametrech takřka stejně.

Toto se týká i metod prahování, kde jsme neurčili jednu preferovanou metodu. Nejčastěji se jako nejlepší jevila metoda poloměkkého prahování 5krát. Garrotní a hyperbolické se objevily 3krát, měkké prahování se objevilo pouze v jednom případě. Tvrdé prahování mezi ideálními kombinacemi nebylo vůbec. V tabulce Tab. 5.4 jsou znázorněny vztahy mezi výsledným  $SNR_{vyst}$  pro konkrétní intenzitu šumu a metodami prahování. Ostatní kombinace parametrů byly pro každou metodu i intenzitu šumu vybrány ty nejlepší. Malé odchylky v působení odlišných metod prahování ukazují na to, že při zadání vhodných ostatních parametrů se dají dosáhnout téměř stejně dobré výsledky, nehledě na metodu prahování. Z těchto optimalizačních výsledků a závěrů se dají stanovit optimální parametry pro pevné nastavení filtru. V dalším zkoumání to budou: empirická konstanta K=3, stupeň rozkladu pro obě transformace – 3 a metoda prahování – poloměkká. Když již máme stanovenou většinu optimálních parametrů, které by měly dobře fungovat na všech úrovních rušení, tak v dalším kroku bychom chtěli optimalizovat výběr vlnky, což dosud nebylo umožněno kvůli velkému počtu kombinací.

Tab. 5.4: Závislost metody prahování na výstupní  $SNR_{vyst}$  pro různé úrovně šumu. Ostatní parametry jsou vybrány jako nejlepší pro daný šum a metodu prahování.

| $SNR_{vst}$ [dB]             | Metoda prahování |              |              |              |              |
|------------------------------|------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
|                              | Tvrdé            | Měkké        | Garrotní     | Hyperbolické | Poloměkké    |
| 0                            | 20.45            | 20.42        | 20.27        | 20.26        | 20.47        |
| 5                            | 23.12            | 23.07        | 23.10        | 23.61        | 23.29        |
| 10                           | 26.35            | 26.01        | 26.36        | 26.02        | 26.32        |
| 15                           | 28.77            | 28.99        | 28.93        | 29.09        | 29.20        |
| 20                           | 32.53            | 32.32        | 32.50        | 32.56        | 32.22        |
| 25                           | 35.91            | 35.45        | 36.09        | 35.93        | 35.88        |
| 30                           | 39.62            | 39.69        | 39.74        | 39.44        | 39.46        |
| 35                           | 43.62            | 43.65        | 43.60        | 43.72        | 43.67        |
| 40                           | 47.53            | 47.42        | 47.55        | 47.44        | 47.60        |
| 45                           | 51.12            | 51.53        | 51.44        | 51.15        | 51.47        |
| 50                           | 55.32            | 55.29        | 55.21        | 55.23        | 55.47        |
| 55                           | 59.10            | 59.10        | 59.15        | 59.06        | 59.16        |
| <b>Průměrné zlepšení SNR</b> | <b>11.11</b>     | <b>11.07</b> | <b>11.16</b> | <b>11.12</b> | <b>11.18</b> |

### 5.3.2 Vlnka

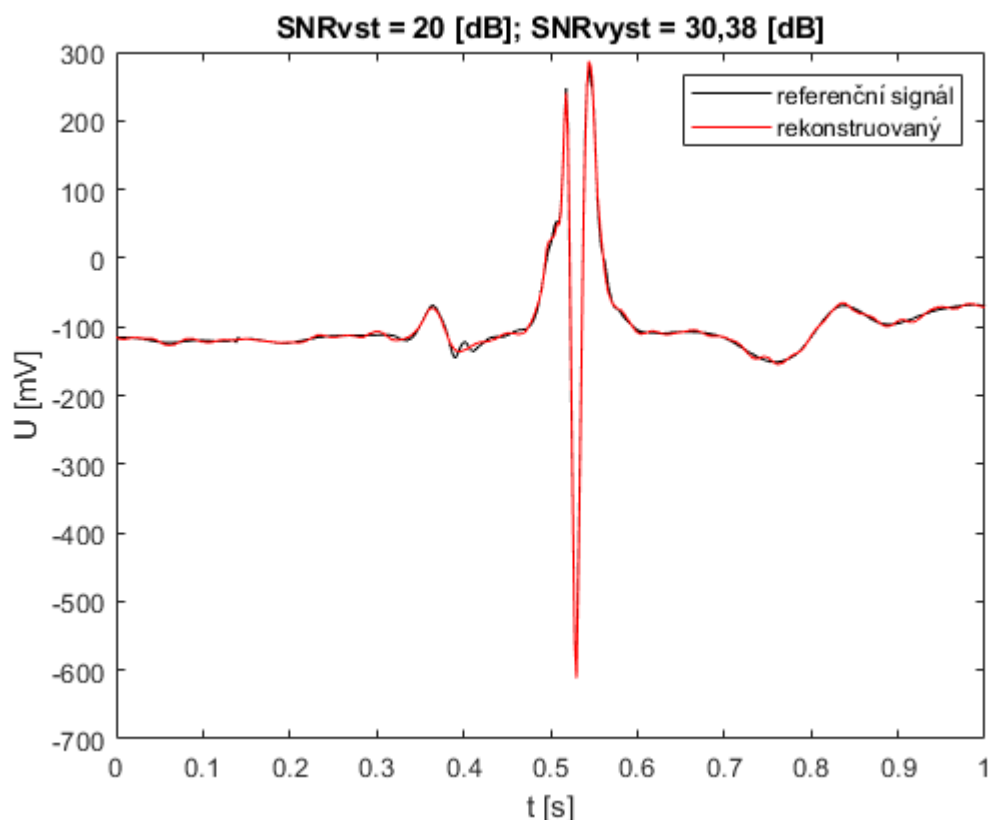
Jak již bylo řečeno, výběr vlnky hraje zásadní roli ve vlnkové filtraci, naším cílem je zredukovat počet všemožných vlnek do smysluplného rozsahu, a proto se obrátíme na zkušenosti jiných autorů pro výběr vlnky. Autoři v [25] potvrzují důležitost výběru vlnky pro WWF metody, a zkoumají vhodné páry pro WPT1 a WPT2 transformaci. Delší impulsní charakteristika vlnky poskytuje menší informace o časové lokalizaci. A proto se autoři zmiňují o situaci, kdy dochází k chybě u koeficientů odpovídajících jak za vysokofrekvenční složky (QRS komplex), tak i za nízkofrekvenční (ST, PQ intervaly), což již poté nelze opravit. Tato skutečnost v důsledku způsobuje oscilace na daných úsecích filtrovaného signálu, a proto autoři navrhuji použít pro WPT1 rozklad vlnky s menší impulsní charakteristikou. To však způsobí poškození tvaru P a T vln, ale tato chyba se může opravit v následujícím bloku wienerovského filtru. Pro rozklad druhou transformací WPT2 autoři navrhuji použití vlnek s delší impulsní charakteristikou, tím se zvýší frekvenční lokalizace a dojde k minimalizaci chyby v P a T vlnách, způsobené WPT1. Shrňme to tak, že si musíme zvolit vlnku s impulsní charakteristikou ne příliš dlouhou, protože způsobí kmitání na PQ a ST úsecích, a zároveň dostatečně dlouhou na to, aby poskytovala dostatečnou frekvenční lokalizaci pro minimalizaci chyby v P a T vlnách. Na nutnosti výběru dvou odlišných vlnek se také shodují autoři v [26], kde je experimentálně potvrzeno výrazné snížení MSE a  $E_{mis}$  (chyba vznikající při neshodě odhadnutého  $\hat{s}(n)$  a užitečného signálu) chyby při využití jiných typů vlnek. Navíc [27] vysvětlují výběr odlišných typů vlnek tím, že každá vlnka specificky chytá různé struktury signálu. Na základě těchto znalostí jsme vytvořili rozsah vlnek pro vyzkoušení, a to tak, že pro WPT1 to budou vlnky s krátkou impulsní charakteristikou s délkou od 1 do 8, a pro WPT2 to jsou vlnky se střední impulsní charakteristikou 8 do 16. Poté jsou výsledné nejlepší kombinace z pohledu SNR vidět v tabulce Tab. 5.5. Nejčastěji se



vyskytuje kombinace párů vlnek *db4* a *coif2*, a to jak na nízkých tak i na vysokých hodnotách  $SNR_{vst}$ . Příklad působení těchto vlnek a samotného filtru na užitečný signál je na obrázku Obr. 5.20, kde vidíme při vstupním  $SNR_{vst}$  22 dB, že dochází k uspokojivému výsledku.

Tab. 5.5: Nejlepší kombinací vlnek pro jednotlivá rušení.

| $SNR_{vst}$ [dB] | Vlnka pro WPT1    | Vlnka pro WPT2      |
|------------------|-------------------|---------------------|
| 0                | <b><i>db4</i></b> | <i>fk6</i>          |
| 5                | <i>sym4</i>       | <i>fk6</i>          |
| 10               | <b><i>db4</i></b> | <i>sym4</i>         |
| 15               | <i>sym4</i>       | <b><i>coif2</i></b> |
| 20               | <b><i>db4</i></b> | <i>sym4</i>         |
| 25               | <b><i>db4</i></b> | <i>sym4</i>         |
| 30               | <i>sym3</i>       | <b><i>coif2</i></b> |
| 35               | <b><i>db4</i></b> | <b><i>coif2</i></b> |
| 40               | <b><i>db4</i></b> | <b><i>coif2</i></b> |
| 45               | <i>coif2</i>      | <b><i>coif2</i></b> |
| 50               | <b><i>db4</i></b> | <b><i>coif2</i></b> |
| 55               | <i>coif2</i>      | <i>sym5</i>         |



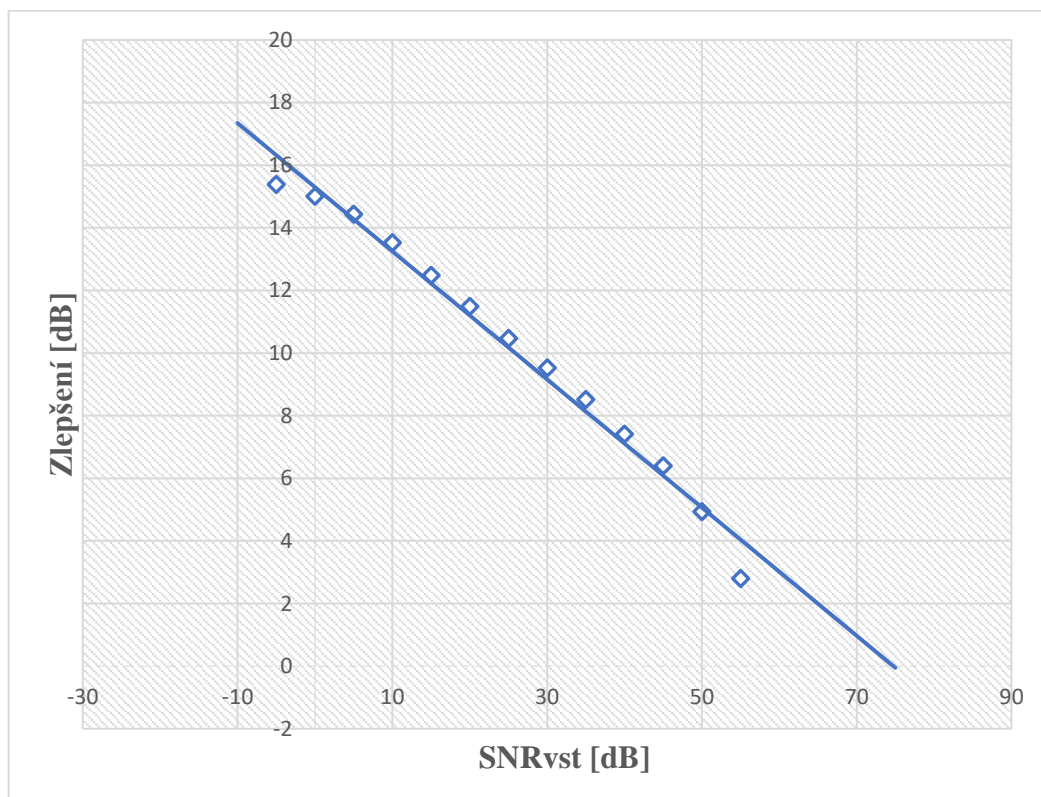
Obr. 5.20: Příklad filtrace a působení párů vlnek *db4* a *coif2*.

Je nutné zdůraznit že nedošlo ke změnám v píku QRS komplexu, nedošlo k rozšíření, ani oříznutí, také není přítomna možná oscilace na nízkofrekvenčních vlnách P a T. Získaná

data v průběhu optimalizace vlnky považujeme za optimální pro pevné nastavení. Tímto naše optimalizace skončila. Dále proběhlo vyzkoušení námi vybraných parametrů na různých intenzitách šumu. V každé hladině šumu bylo náhodně vybráno 500 signálů, které byly následovně uměle zkresleny, po filtraci jsme spočítali průměrné zlepšení SNR pro všechny signály, výsledky jsme poté zanesli do tabulky Tab. 5.6.

Tab. 5.6: Efektivita filtru s optimálními parametry na různých hladinách šumu.

| $SNR_{vst}[dB]$ | Průměrné zlepšení SNR [dB] |
|-----------------|----------------------------|
| -5              | 15.38                      |
| 0               | 15.01                      |
| 5               | 14.43                      |
| 10              | 13.52                      |
| 15              | 12.48                      |
| 20              | 11.49                      |
| 25              | 10.47                      |
| 30              | 9.52                       |
| 35              | 8.51                       |
| 40              | 7.41                       |
| 45              | 6.40                       |
| 50              | 4.93                       |
| 55              | 2.80                       |



Obr. 5.21: Očekávané zlepšení SNR po filtraci v závislosti na vstupním  $SNR_{vst}$ .

Z hodnot průměrného zlepšení pro různý šum lze provést křivku závislosti vstupního SNR signálu na zlepšení filtru. Tento graf na obrázku Obr. 5.21 dává představu o oblasti působení filtru a jeho efektivity. Očekávané filtrační schopnosti jsou omezeny vstupním  $\text{SNR}_{\text{vst}}$  na hranici  $\sim 75$  dB, dále filtr bude vstupnímu signálu jenom škodit, to znamená že není doporučeno filtrovat signály s vysokým SNR. Tato skutečnost potvrzuje jednu z nevýhod vlnkových filtrů, tedy podmínku, že signál musí obsahovat šum. Pokud šum bude malý, tak bude selhávat základní princip těchto filtrů: odhad směrodatné odchylky šumu.

## 5.4 Vyhodnocení výsledků

Finální verze navrženého filtru obsahuje parametry:

**Vlnka pro WPT1** – *db4*

**Vlnka pro WPT2** – *coif2*

**Stupeň rozkladu pro WPT1** – 3

**Stupeň rozkladu pro WPT2** – 3

**Hodnota empirické konstanty K** – 3

**Metoda prahování poloměkké** – *poloměkké*

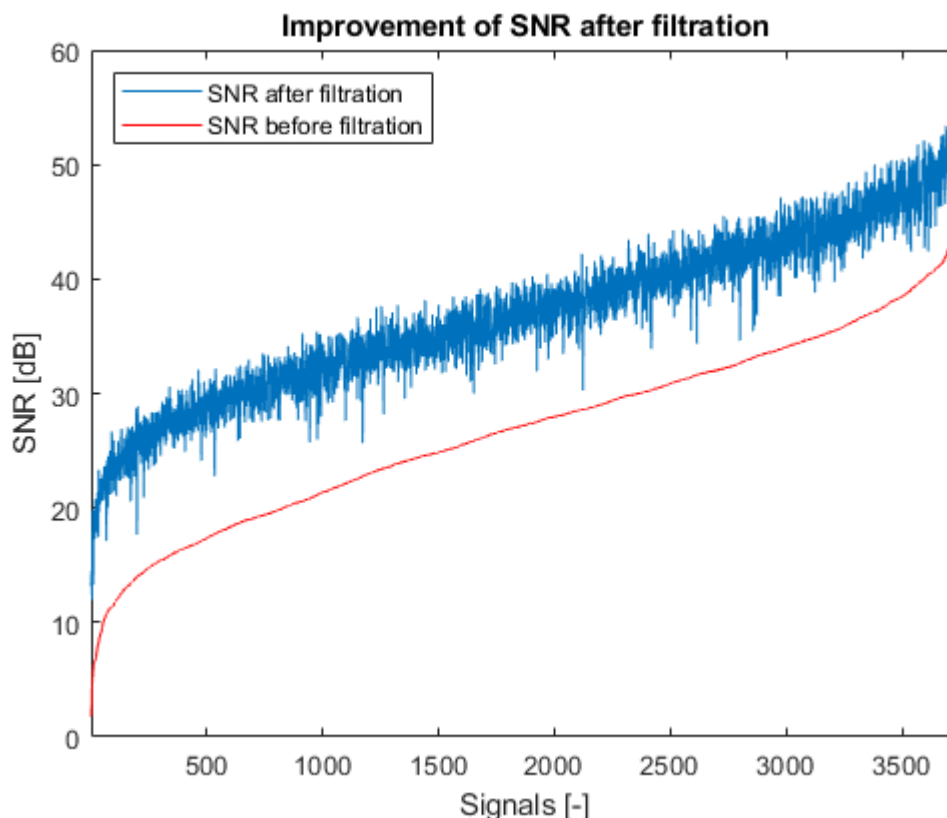
**Druhý práh pro poloměkké prahování** –  $\lambda'_m = \lambda_m \times 1,4$ .

Filtr s těmito parametry byl testován na kompletní CSE databázi. Grafické zobrazení zlepšení SNR jednotlivých signálů lze pozorovat na obrázku Obr. 5.21. Průměrné zlepšení pro celou databázi dosahuje hodnoty 10,02 dB se směrodatnou odchylkou 1,85 dB. Maximální zlepšení bylo zaznamenáno v hodnotě 15,48 dB, minimální je 1,66 dB. Dále jsme porovnali naše výsledky s výsledky jiných autorů. Další filtry na odstraňování EMG rušení jsou zapsány do tabulky Tab. 5.7. Kde si lze všimnout, že námi navržený filtr dopadl lépe v porovnání s ostatními metodami. V [24] pro optimalizaci WWF filtru byl využit genetický algoritmus, transformace byla provedena na základě DTWT. Jiná implementace AWWF v [20] byla realizována na základě SWT, a filtr vykazoval adaptační schopnosti v závislosti na vstupním SNR. Dalším filtrem je vlnkový filtr ze semestrální práce, ten byl realizován stejně jako v této práci na základě WPT. Dále máme také výsledky pro lineární filtraci EMG rušení, ten byl poskytnut vedoucím práce pro porovnání, tento filtr dopadl ze všech nejhůře, což jenom potvrzuje neschopnost obyčejných lineárních filtrů filtrovat EMG šum.

Tab. 5.7: Porovnání výsledků s jinými autory. Filtr navržený v této práci je vyznačen tučně.

| Metoda filtrace | Průměrné SNR<br>zlepšení [dB] | Směrodatná<br>odchylka [dB] | Dobá filtrace 10s<br>EKG [s] |
|-----------------|-------------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| WWF [24]        | 9,91                          | 2,00                        | –                            |
| AWWF [20]       | 10,60                         | 2,20                        | 0,310                        |
| WF [23]         | 9,01                          | 1,97                        | 0,310                        |
| <b>WWF</b>      | <b>10,02</b>                  | <b>1,85</b>                 | <b>0,05</b>                  |
| LF              | -4,44                         | 8,29                        | 0,005                        |

Námi navržený filtr má nejmenší směrodatnou odchylku, z čeho vyplývá, že filtr je stabilní a optimální parametry byly vybrány správně. Další výhodou našeho filtru je podstatně rychlejší doba filtrování oproti jiným filtrům. Je nutné zdůraznit, že v žádném případě nedošlo ke zhoršení SNR.

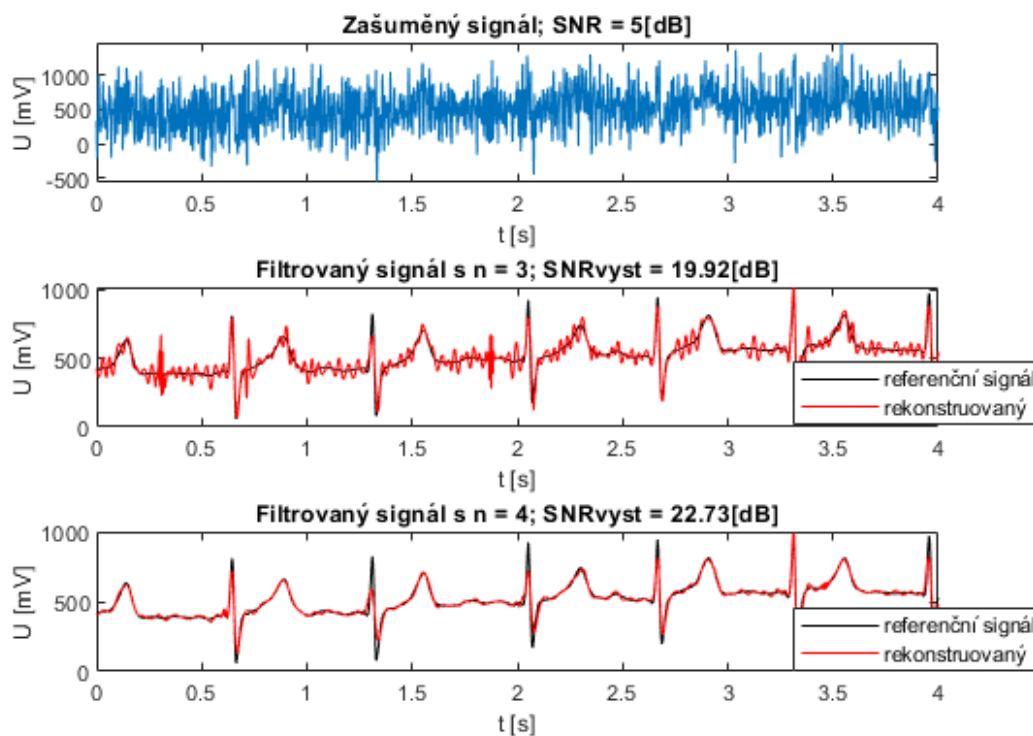


Obr. 5.21: Zlepšení SNR signálů z CSE databázi.

## 5.5 Ukázky filtrace

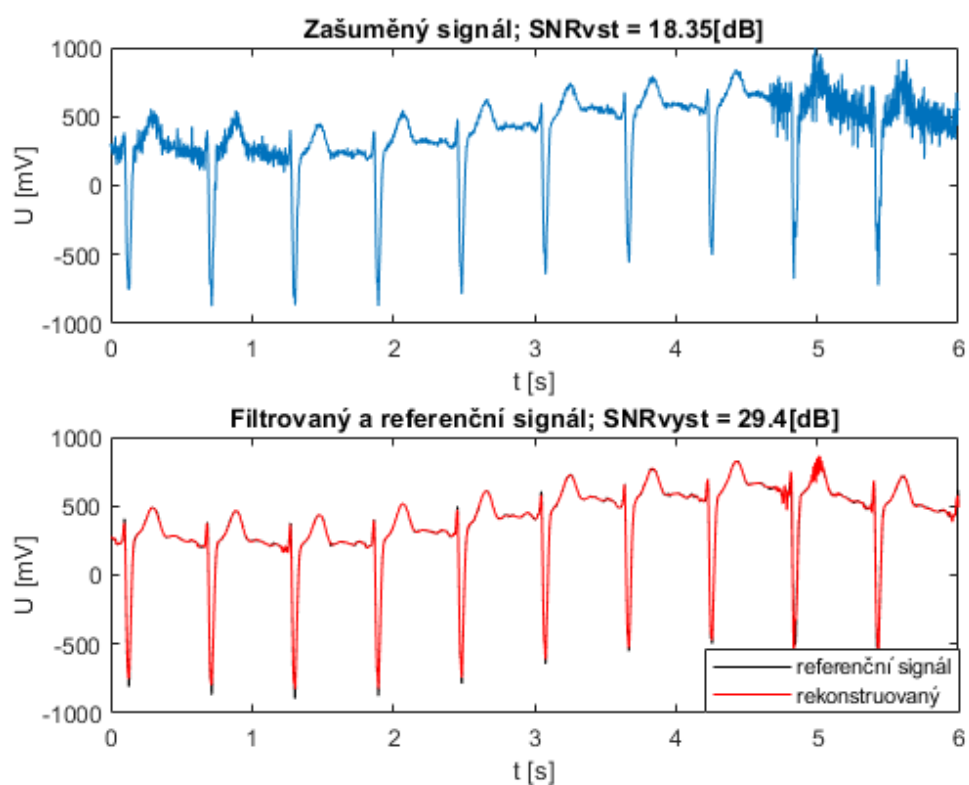
Tady si ukážeme jak funguje náš filtr při různých vstupních  $SNR_{vst}$  a parametrech, co skutečně znamená výsledný SNR, a zkusíme rozebrat proč došlo v některých případech k malému zlepšení SNR při testování na CSE databázi. První věc, která nás bude zajímat, je stupeň rozkladu, v průběhu optimalizace bylo zjištěno, že optimální hodnota rozkladu pro rušení menší než 20 dB je 4 (při vzorkovací frekvenci 500 Hz). Adaptační schopnosti náš filtr nevykazuje a v důsledku je tedy méně efektivní. Příkladem je obrázek Obr. 5.22, kde je signál z referenčních databází uměle zkreslen s výslednou hodnotou SNR 5 dB. Vstupní signál nepodléhá žádné analýze, nelze tedy vůbec říci, zda jde o EKG signál. Rozkladem s pevně nastavenými parametry bychom dostali rekonstruovaný signál uprostřed, jehož  $SNR_{vyst}$  se rovná 20,18 dB. Z rekonstruovaného signálu se následně dá určit délku RR intervalů, přítomnost P a T vln. Vidíme že i extrémní vlny v QRS komplexu jsou zachovány, jenom v jednom případě došlo ke zkrácení amplitudy. Podrobnější analýza však umožněná není, PQ, ST intervaly oscilují, morfologický tvar vln se nedá analyzovat. Dole je představen rekonstruovaný signál s optimálním stupněm rozkladu 4. I když došlo jenom ke zlepšení o 3 dB, stále je to více, než v předchozím případě, a tak se stala další analýza mnohem snadnější. Jelikož došlo k většímu potlačení R vlny, je umožněna analýza intervalů, které vykazují téměř hladký průběh. Následovná analýza se

tak stává snadnější pro lékaře i ostatní personál. Zkusme se teď podívat, co se s nerovnoměrně zastoupeným šumem v signálu děje.

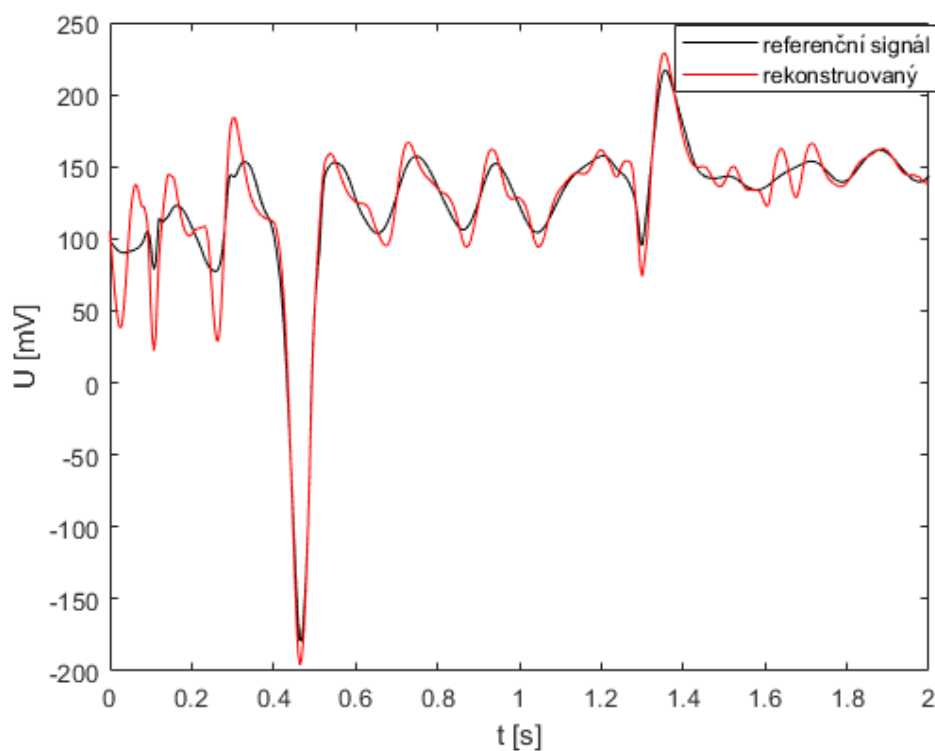


Obr. 5.22: Nahoře – zkreslený signál; Uprostřed – referenční a signál filtrovaný se stupněm rozkladu 3. Dole – referenční a signál filtrovaný se stupněm rozkladu 4.

Na obrázku Obr. 5.23 je silně intenzivní šum, rozložen jenom na části signálu. Filtr si ale s tímto dokáže poradit, výsledné zlepšení SNR odpovídá očekávaným výsledkům. V místech silné intenzity šumu v rekonstruovaném signálu je patrný zanechaný šum, ale jeho intenzita je mnohokrát menší, než byla předtím. Dalším příkladem je signál z CSE databázi se vstupním  $SNR_{vst}$  26,4 dB. Z našich zkušeností a podle grafu na obrázku Obr. 5.21 bychom v tomto případě očekávali zlepšení nad 9 dB. Ve skutečnosti však došlo ke zlepšení pouze o  $\sim 2,2$  dB. Na obrázku Obr. 5.24 je srovnání dvouvtěrinového úseku rekonstruovaného a referenčního signálu. Je vidět že referenční signál hodně osciluje. Toto mohlo být způsobeno nedostatečnou předběžnou filtrací pro referenční databázi, a za užitečný signál byl považován zkreslený signál. Proto při rekonstrukci oscilujících složek jsme se setkali s problémem.



Obr. 5.23: Působení nerovnoměrné rozloženého šumu na rekonstrukci.



Obr. 5.24: Srovnání referenčního a rekonstruovaného signálu při malém zlepšení filtru.

## 6. ZÁVĚR

V této práci jsme se prvně seznámili se vznikem EKG a jeho diagnostickým významem pro dnešní medicínu a lidstvo. Zjistili jsme, že snímání je ztíženo přírodními a nezanedbatelnými jevy, které se projevují jako šum a artefakty v signálech.

Předmětem našeho zájmu bylo elektromyografické rušení, které je nejobtížnější na odstraňování, proto jsme se věnovali problematice jeho odstraňování. Diskutovali jsme efektivitu použití známých lineárních a nelineárních metod.

Lineární metody se ukázaly být nevhodnými, nebo náročnými pro aplikaci, a proto jsme se podrobně seznámili s nelineární metodou vlnkové transformace a jejími základními principy. Probrali jsme způsoby její využití ve filtračních algoritmech, diskutovali jejich efektivitu, a na základě získaných znalostí jsme se rozhodli navrhnout algoritmus vhodným pro náš cíl WWF filtr.

Filtr byl realizován v prostředí MATLAB 2020b®, byl doplněn o různé způsoby výpočtů prahů, o různé metody prahování, a o práh adaptivních funkcí, které umožňovaly výpočet prahu na základě odhadu momentální směrodatné odchylky šumu.

Optimalizace všech parametrů proběhla metodou řešení „hrubou silou“, kde jsme na základě zkušenosti a doporučení jiných autorů zredukovali možný rozsah parametrů pro vyzkoušení. Vlnky kvůli své specifitě byly zoptimalizovány zvlášť. Hodnocení průběžné optimalizace probíhalo měřením veličiny vstupního a výstupního SNR. Signály pro testování byly uměle zkesleny z referenčních databází a algoritmem poskytnutým vedoucím práce. Po optimalizaci byly zjištěny následující parametry: vlnka (WPT1) – ‘db4’, vlnka (WPT2) – ‘coif2’, stupeň rozkladu (WPT1, WPT2) – 3, metoda prahování – poloměkké, hodnota empirické konstanty – 3.

Poté byl filtr zhodnocen na kompletní CSE databázi. Jeho průměrné zlepšení se rovnalo 10,02 dB se směrodatnou odchylkou 1,85 dB. Maximální zlepšení bylo 15,84 dB, minimální bylo 1,66 dB. Z toho vyplynulo, že filtr má dobré filtrační schopnosti, je stabilní a nepoškodí žádný signál. Dále byly výsledné hodnoty porovnány s autory jiných metod, kde se ukázalo, že z pohledu zlepšení SNR filtr dopadl dobře. Má nejmenší směrodatnou odchylku, a navíc je rychlejší než ostatní metody. Také filtr prošel vizuální kontrolou filtrovaných signálů na různých hladinách rušení, na předem známém poškozeném signálu. Cíl práce byl úspěšně splněn.

Filtr lze vylepšit předběžným odhadem intenzity šumu v signálu, podle něhož se vybere nejlepší stupeň rozkladu. Taky je možnost zavedení QRS detektoru pro počítání směrodatné odchylky šumu v okně s právě jedním QRS komplexem. Je možnost zlepšit přesnost odhadu pilotního signálu pomocí více vlnkových transformací jako v práci [27]. Jinou možností je rozklad optimálním stromem, který se určí na základě minimální entropie.

## LITERATURA

- [1] Klabunde, Richard. (2004). Cardiovascular Physiology Concepts.
- [2] Blahút, Peter. (2017). ECG and Laddergram. techmed.sk.
- [3] Debnath, Lokenath & Antoine, Jean-Pierre. (2003). Wavelet Transforms and Their Applications. Physics Today - PHYS TODAY. 56. 68-68. 10.1063/1.1580056.
- [4] Jiao, He-Jun & Li, Jian-Ping & Zhao, Qun-Li & Li, Jian. (2016). Applications of wavelet analysis to cloud computing and big data: Status and prospects. 127-130. 10.1109/ICCWAMTIP.2016.8079820.
- [5] Valens, C.. (2000). A Really Friendly Guide to Wavelets.
- [6] Vetterli, Martin & Herley, Cormac. (1992). Wavelets and Filter Banks: Theory and Design. Signal Processing, IEEE Transactions on. 40. 2207 - 2232. 10.1109/78.157221.
- [7] SMITAL, L. Vlnková filtrace elektrokardiogramů. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2013. 99 s. Vedoucí dizertační práce doc. Ing. Jiří Kozumplík, CSc.
- [8] Tamer, Ozgur & Kokturk, Gulden. (2004). Analysis of the Application of the Stationary Wavelet Transform to the Direction of Arrival Estimation. Frequenz - Berlin-. 58. 10.1515/FREQ.2004.58.11-12.246.
- [9] Malghan, Pavan & Hota, Malaya Kumar. (2020). A review on ECG filtering techniques for rhythm analysis. Research on Biomedical Engineering. 36. 1-16. 10.1007/s42600-020-00057-9.
- [10] Diaz, Jesus. (2010). Steganography and steganalysis: data hiding in Vorbis audio streams.
- [11] NEJEZCHLEBA, Zdeněk ADAPTIVNÍ FILTRACE EKG SIGNÁLŮ: diplomová práce. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav biomedicínského inženýrství, 2011. 48 s. Vedoucí práce byl Ing. Lukáš Smital
- [12] Siddiah, N & Srikanth, T & Kumar, Y. (2012). Nonlinear filtering in ECG Signal Enhancement. International Journal of Computer Science and Communication Networks. 02.
- [13] MŽOUREK, Zdeněk Rozklad signálu pomocí transformace typu EMD: bakalářská práce. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav telekomunikací, 2012. 44 s. Vedoucí práce byl prof. Ing. Zdeněk Smékal, CSc
- [14] Kozumplík, Jiří & inženýrství, Vysoké. (2020). Vlnkové transformace a jejich využití pro filtraci signálů EKG = Wavelet transforms and their use for filtering of ECG signals : zkrácená verze habilitační práce /.
- [15] M. A. S. K. Khan, T. S. Radwan and M. A. Rahman, "Real-Time Implementation of Wavelet Packet Transform-Based Diagnosis and Protection of Three-Phase



- Induction Motors," in IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 22, no. 3, pp. 647-655, Sept. 2007, doi: 10.1109/TEC.2006.882417.
- [16] Abramovich, Felix & Bailey, Trevor & Sapatinas, Theofanis. (1999). Wavelet Analysis and Its Statistical Applications. Journal of the Royal Statistical Society Series D (The Statistician). 49. 10.2307/2681252.
  - [17] Abramovich, Felix & Benjamini, Yoav. (1996). Adaptive thresholding of wavelet coefficients. Computational Statistics & Data Analysis. 22. 351-361. 10.1016/0167-9473(96)00003-5.
  - [18] Phinyomark, Angkoon & Limsakul, Chusak & Phukpattaranont, P.. (2010). Optimal Wavelet Functions in Wavelet Denoising for Multifunction Myoelectric Control. ECTI Transactions on Electrical Eng., Electronics, and Communications. 8. 43-52.
  - [19] Donoho, D. & Johnstone, Iain. (1999). Adapting to Unknown Smoothness Via Wavelet Shrinkage.. Journal of the American Statistical Association. 90. 10.1080/01621459.1995.10476626.
  - [20] Smital, Lukas & Vitek, Martin & Kozumplík, Jiří & Provazník, Ivo. (2012). Adaptive Wavelet Wiener Filtering of ECG Signals. IEEE transactions on bio-medical engineering. 60. 10.1109/TBME.2012.2228482.
  - [21] Mankar, Vijay. (2011). EMG Signal Noise Removal Using Neural Networks. 10.5772/23780.
  - [22] Kozumplík, J., Analýza biologických signálů, Skripta FEKT VUT v Brně, 2008.
  - [23] FEDOROV, Vasilii. Filtrace svalového rušení v EKG signálech [online]. Brno, 2021 [cit. 2020-11-25]. Dostupné z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/130271>. Semestrální práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav biomedicínského inženýrství. Vedoucí práce Lukáš Smital.
  - [24] HANDL, M. Vlnková filtrace signálů EKG. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2013
  - [25] Nikolaev, Nikolay & Gotchev, Atanas. (2015). ECG signal denoising using wavelet domain Wiener filtering. European Signal Processing Conference. 2015.
  - [26] Choi, Hyeokho & Baraniuk, Richard. (1998). Analysis of wavelet-domain Wiener filters. 613 - 616. 10.1109/TFSA.1998.721499.
  - [27] Jianhua Hou, Jinwen Tian and Jian Liu, "Bayesshrink based Wiener filter in wavelet domain," Proceedings of 2005 IEEE International Workshop on VLSI Design and Video Technology, 2005., 2005, pp. 427-430, doi: 10.1109/IWVDVT.2005.1504641.